

# **ИСТОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**

## **Лекция 6: Математический Анализ. Ньютон, Лейбниц**

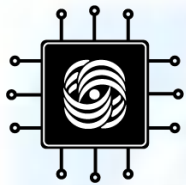
ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова, Кафедра АСВК

Ассистент Волканов Д.Ю.



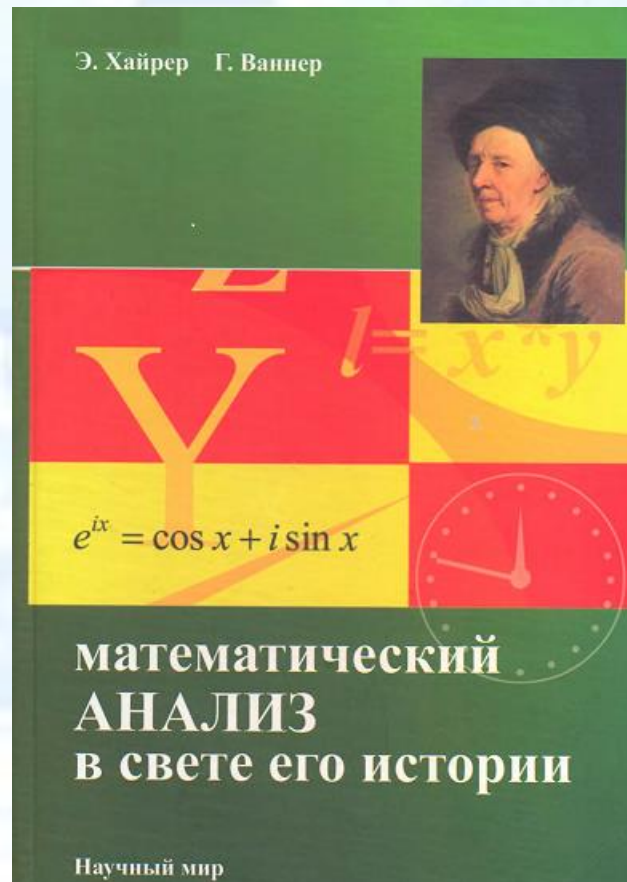
# План лекции

- Предпосылки создания математического анализа
- Исаак Ньютон
- Готфрид Лейбниц
- Развитие математического анализа в XVIII веке
- *Становление математики в России*



# Предпосылки возникновения математического анализа

1. Аналитический способ задания функции
2. Представление функций рядами
3. Метод неделимых
4. Задачи о касательных и экстремумах





# Аналитический способ задания функции

**Древний мир:** «изучение отдельных зависимостей между величинами»

**Средневековье:** функции «были впервые явно выражены в механической или геометрической форме», «зависимости задавали только посредством словесных описаний»

**Конец XVI – начало XVII вв.:** «доминирующим становится аналитическое выражение функций, в наиболее общем случае преимущественно в виде бесконечных рядов»

**Термин функция** – Готфрид Вильгельм Лейбниц, в рукописях 1673 г.

**Иоганн Бернулли:** «функцией переменной называется количество, образованное каким угодно способом из этой величины и постоянных»



# Представление функций рядами

Д. В. Гусак А.Б. Доньютоновский период развития теории бесконечных рядов. //ИМИ, 1973. № 18. С. 104–131.



Джон Валлис (1616-1703)

Пьетро Менголи (1625-1686),



Джеймс Грегори (1638-1675)

Николаус Меркатор (1620-1687)

«Логарифмотехника» (1668) :

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$$



# Представление функций рядами

Пьетро Менголи (1625-1686)

«Царский путь в математику через арифметику, алгебру и планиметрию»

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{a + kb}, \quad a > 0, b > 1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n} = 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 2n} = \frac{3}{4}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3n} = \frac{11}{18}.$$

«Если бесконечная последовательность однородных величин такова, что сумма любого числа таких величин, начиная с первой, всегда меньше заданной величины такого же рода, то бесконечное число первоначальных величин имеет конечную протяженность»

следующее свойство рядов: если ряд  $\sum a_n$  с положительными членами сходится и имеет сумму  $S$ , то, задав любое число  $A$ , заключенное между  $a_0$  и  $S$ , всегда можно найти такой номер  $n$ , что выполняется неравенство  $S_n < A < S_{n+1}$ . Только после установления этих фактов Менголи

Паплаускас А.Б. Доньютоновский период развития теории бесконечных рядов. II. Пьетро Менголи.//ИМИ, 1974. № 19. С. 143–157.

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m(m+1)} = 1, \quad (\text{I. 17})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{[1 + (m-1)h][1 + mh]} = \frac{1}{h}, \quad (\text{I. 26})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{[a + (m-1)h][a + mh]} = \frac{1}{ah}, \quad (\text{I. 40})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m(m+1)(m+2)} = \frac{1}{4}, \quad (\text{II. 8})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)(2m+1)(2m+3)} = \frac{1}{12}, \quad (\text{II. 15})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{[1 + (m-1)h][1 + mh][1 + (m+1)h]} = \frac{1}{2(h^2 + h)}, \quad (\text{II. 23})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{[a + (m-1)h][a + mh][a + (m+1)h]} = \frac{1}{2ha(a+h)}, \quad (\text{II. 27})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{[1 + (m-1)h][1 + mh][1 + (m+1)h] \dots [1 + (m+p-2)h]} = \frac{1}{(1+h) \dots [1 + (p-2)h](p-1)}, \quad (\text{III. 5})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{a_{m+1} - a_m}{a_m a_{m+1}} = \frac{1}{a_1} \quad (a_{m+1} > a_m), \quad (\text{III. 6})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{a_{m+p} - a_m}{a_m a_{m+1} \dots a_{m+p}} = \frac{1}{a_1 a_2 \dots a_p} \quad (a_{m+p} > a_m). \quad (\text{III. 7})$$

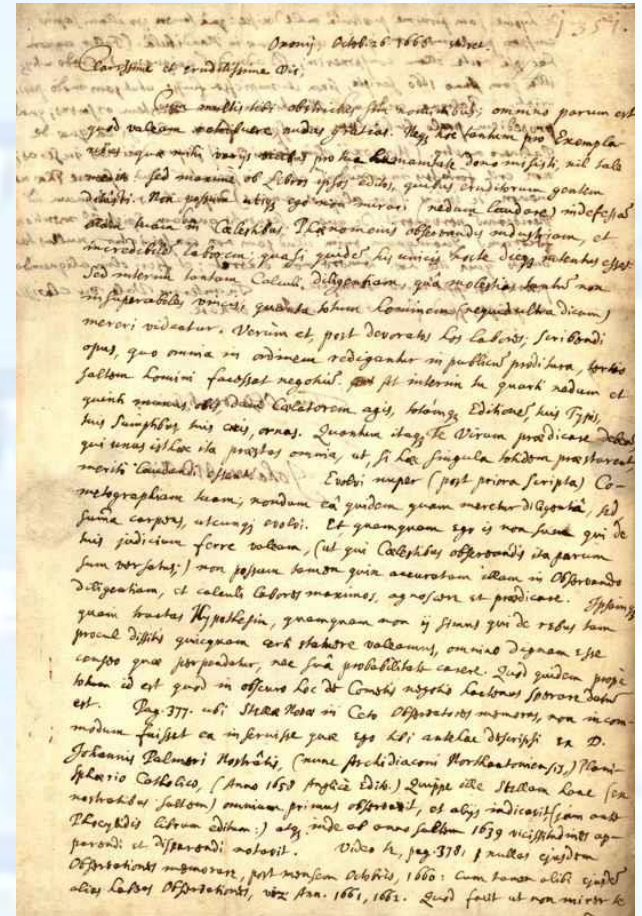


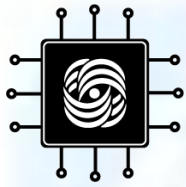
# Представление функций рядами

Джон Валлис (Уоллис) 1616-1703



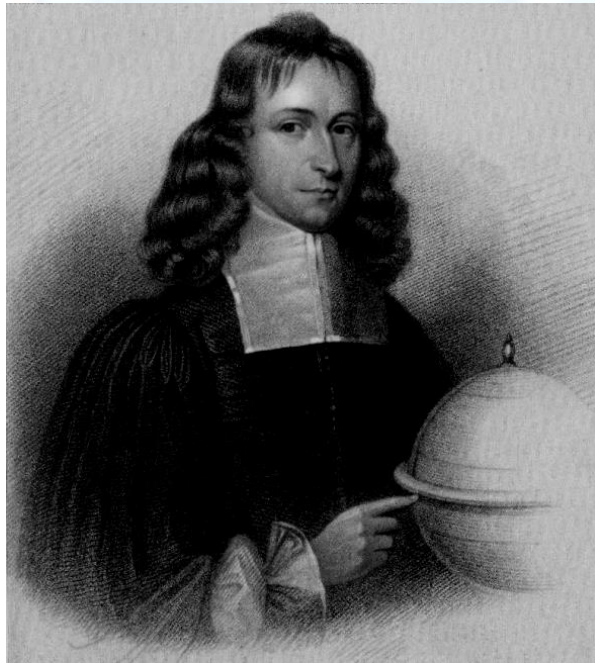
$$\frac{\pi}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 8}{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 9} \dots$$





# Представление функций рядами

Джеймс Грегори (1638-1675)



О п р е д е л е н и е 5. Мы назовем некоторую величину, составленную из других величин, составной, если она получается из них сложением, вычитанием, умножением, делением, извлечением корня или других мыслимых операций.

О п р е д е л е н и е 6. Мы назовем некоторую величину алгебраической функцией некоторых других величин, если она восстанавливается при помощи сложения, вычитания, умножения, деления и извлечения корня.

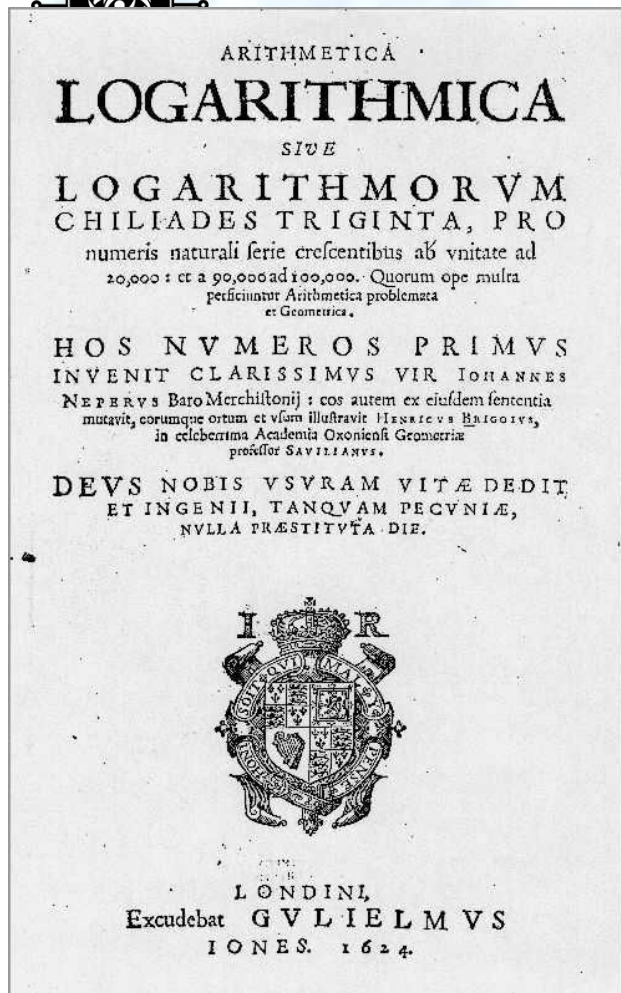
О п р е д е л е н и е 9. Пусть  $f$  и  $\varphi$  — произвольные функции  $a_0$  и  $b_0$  — данные величины. Образует ряд пар чисел так, что всегда

$$a_{n+1} = f(a_n, b_n), \quad b_{n+1} = \varphi(a_n, b_n) \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

При этом  $|a_{n+1} - b_{n+1}| < |a_n - b_n|$ ,  $a_0 < a_1 < a_2 < \dots$   
 $\dots < b_2 < b_1 < b_0$ . Тогда так составленный ряд пар чисел называется сходящимся. Исходя из геометрических



# Интерполяционные формулы



**Генри Бригс (1561-1630)**

$$f(x+h\lambda) = f(x) + \lambda[f(x+h) - f(x)]$$

$$\Delta f(X) = f(X + \Delta x) - f(X), \quad X = x + nx, \quad n = 0, 1, \dots, m-1$$

$$\Delta^2 f(X) = \Delta f(X + \Delta x) - \Delta f(X)$$

$$\Delta^n f(X) = \Delta^{n-1} f(X + \Delta x) - \Delta^{n-1} f(X)$$

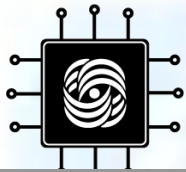
$$(1+\alpha)^{1/2} - 1 = \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^2}{8} + \frac{\alpha^3}{16} - \frac{5\alpha^4}{128} + \dots$$

**Джеймс Грегори  
(1638-1675)**

**Брук Тэйлор  
(1685—1731)**

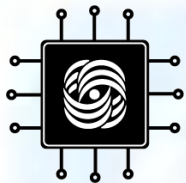
**Абрахам де Муавр  
(1667-1754)**

**Томас Симпсон  
(1710-1761)**



# Интерполяционные формулы

| (1) | (2)  | (3)  | (4) | (5) | (6) |
|-----|------|------|-----|-----|-----|
| 1   | 1    | 15   | 50  | 60  | 24  |
| 2   | 16   | 65   | 110 | 84  | 24  |
| 3   | 81   | 175  | 194 | 108 | 24  |
| 4   | 256  | 369  | 302 | 132 | 24  |
| 5   | 625  | 671  | 434 | 156 |     |
| 6   | 1296 | 1105 | 590 | ... | ... |
| 7   | 2401 | 1695 | ... |     |     |
| 8   | 4096 | ...  |     |     |     |



# Инфинитезимальные методы

**Лука Валерио (1552-1618)** «Три книги о центре тяжести тел», «О квадратуре параболы».



**Симон Стевин  
(1548 – 1620)**

Использует идеи  
Архимеда в трудах  
по статике

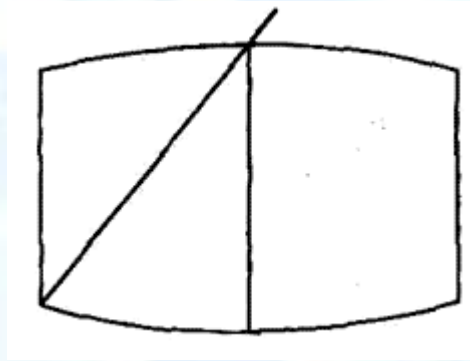
- При изучении бесконечно убывающей геометрической прогрессии применяет предельный переход
- метод неделимых
- Связь логарифмов с площадью фигуры, ограниченной гиперболой, ее асимптотой и двумя сопряженными ординатами

**Григорий Сен-Венсан  
(1584-1667)**





# Метод неделимых



Посвящение

Предварительные замечания о правилах выбора фигуры винной бочки

## ПЕРВАЯ ЧАСТЬ

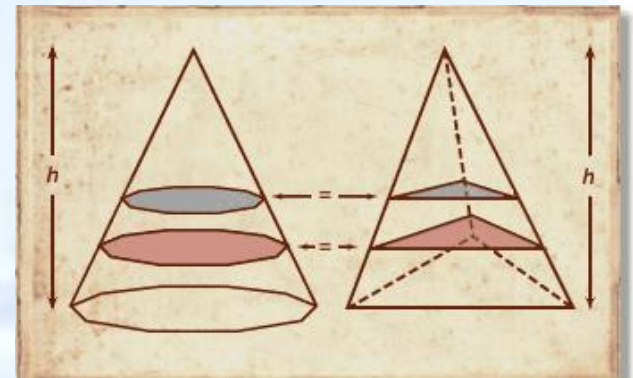
- ❖ Стереометрия правильных кривых тел
- ❖ Обращение к патронам
- ❖ Дополнение к Архимеду: О стереометрии фигур, близко подходящих к коноидам и сфероидам

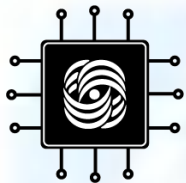
## ВТОРАЯ ЧАСТЬ

Специальная стереометрия австрийской бочки

## ТРЕТЬЯ ЧАСТЬ

Употребление всей книги о бочках





# Метод неделимых



**Бонавентура Кавальери  
(1598-1647)**



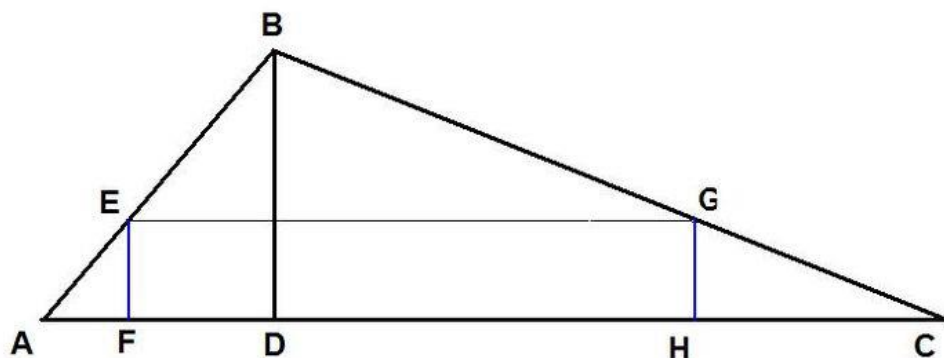
- ❖ «Общее руководство для измерения неба, в котором показываются основы и правила логарифмической тригонометрии»»
- ❖ «Зажигательное зеркало»
- ❖ «Сто различных задач для демонстрации применения и простоты логарифмов в гномонике, астрономии, географии и т.д.»
- ❖ «Тригонометрия плоская и сферическая, линейная и логарифмическая»
- ❖ «Шесть этюдов по геометрии»
- ❖ «Трактат о планетном цикле и о пользовании таковым»



# Метод неделимых

Бонаventura Кавальери, «Геометрия, изложенная новым способом при помощи неделимых непрерывного», 1635

Объёмы (или площади) двух фигур равны, если равны между собой площади (или длины) всех соответственных их сечений, проведенных параллельно некоторой данной плоскости (или прямой).



Алгебраизация метода –  
В «Арифметике бесконечных»  
Джона Валлиса



# Метод неделимых

"О движении свободно падающих и брошенных тяжёлых тел" (1641)

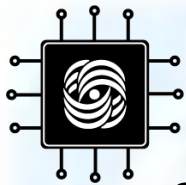
Изготовление зрительных труб и телескопов, конструирование простых микроскопов, состоящих всего из одной крошечной линзы, которую он получал из капли стекла

В 1644 развил теорию атмосферного давления, доказал возможность получения торричеллиевой пустоты и изобрёл ртутный барометр.

Точка Торричелли – это точка в плоскости треугольника, сумма расстояний от которой до вершин треугольника имеет наименьшее значение.



**Эванджелиста  
Торричелли  
(1608-1647)**



# Метод неделимых

гипербола  $xy=2k^2$  вращается вокруг оси  $OY$

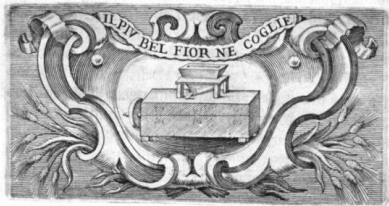
Первое утверждение о взаимной  
обратности операций взятий квадратур и  
построения касательных

LEZIONI  
ACCADEMICHE  
D' EVANGELISTA  
TORRICELLI

*Mattematico, e Filosofo*

DEL SERENISS. FERDINANDO II.  
GRAN DUCA DI TOSCANA

*Lettore delle Mattematiche nello Studio di Firenze*  
E ACCADEMICO DELLA CRUSCA.



IN FIRENZE M. DCC. XV.  
Nella Stamp. di S. A. R. Per Jacopo Guiducci, e Santi Franchi.

Con Licenza de' Superiori.

36277

508  
T6956

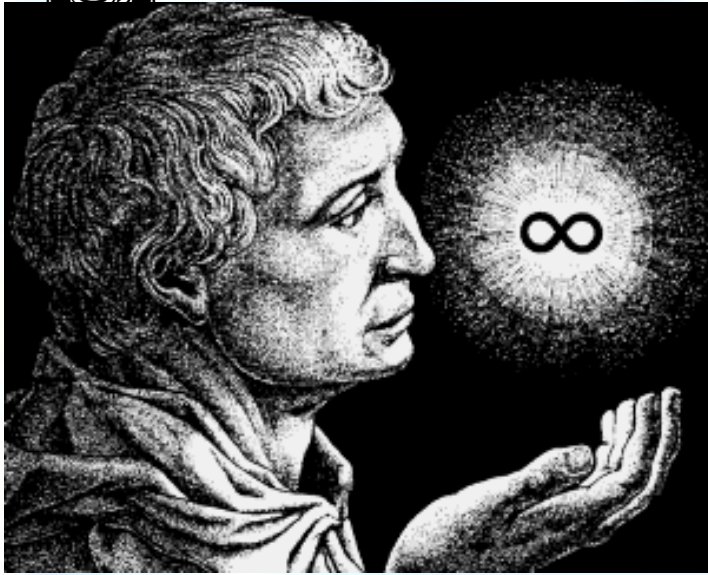


Огибающая семейства  
парабол: *из одного  
места плоскости  
вылетают тяжелые  
точки под одним углом  
возвышения, но при  
всевозможных  
азимутах. Какая  
поверхность будет  
геометрическим  
местом вершин  
парабол – траекторий  
этих точек*





# Галилео Галилей (1564-1642)



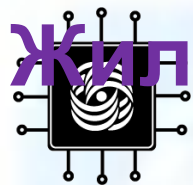
<http://bruno.ucoz.ru/>

*множество всех чисел бесконечно, и количество полных квадратов, соответственно, также бесконечно; при этом число полных квадратов не превосходит и не меньше количества всех чисел; и, наконец, понятия «равно», «больше» и «меньше» не применимы к бесконечности, а только к конечным величинам.*



**Дж. Дж. О'Коннор, Е.Ф. Робертсон. Бесконечность.**

<http://kosilova.textdriven.com/narod/studia3/math/translatio/infinity.htm>



# Жиль Роберваль (1602-1672)

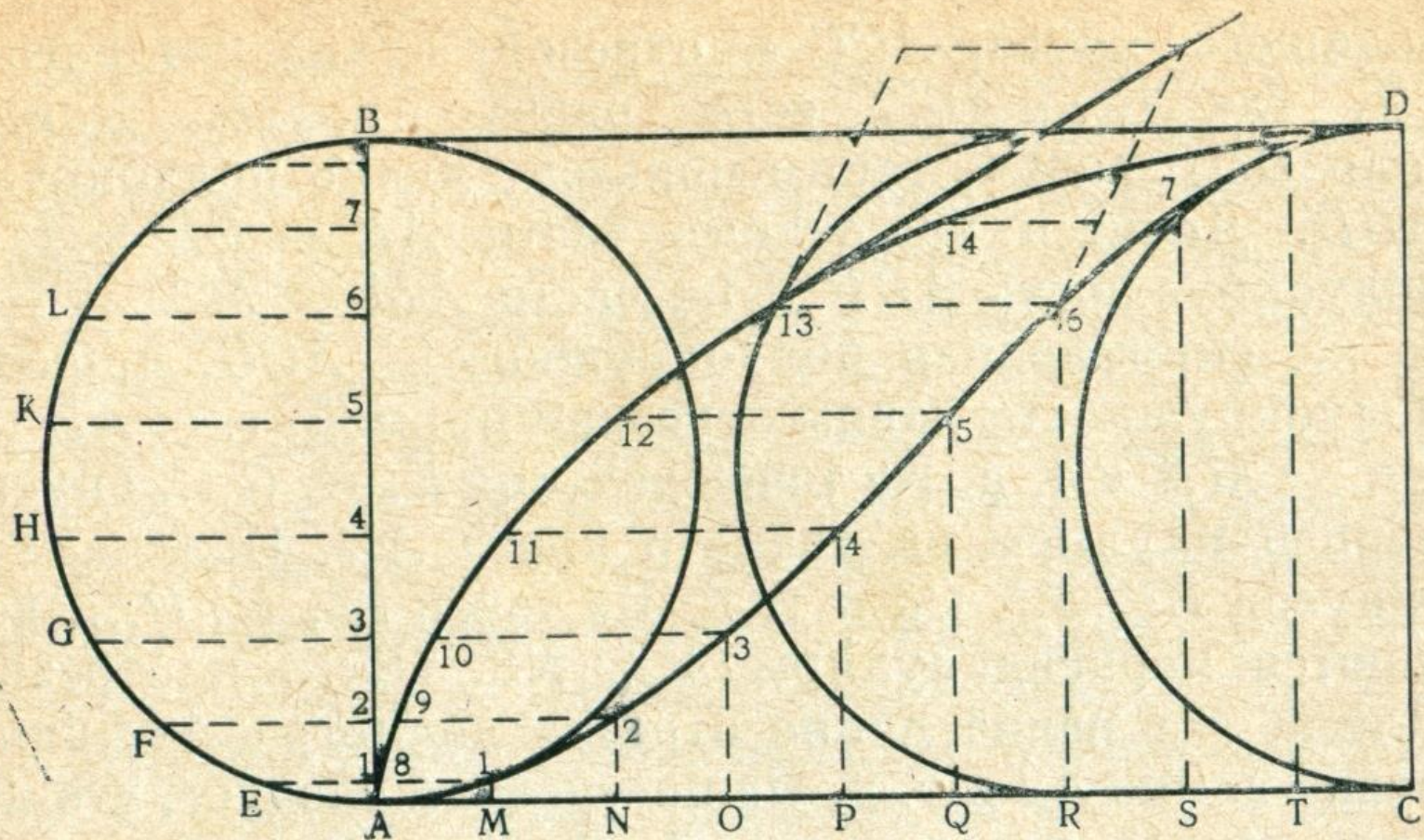


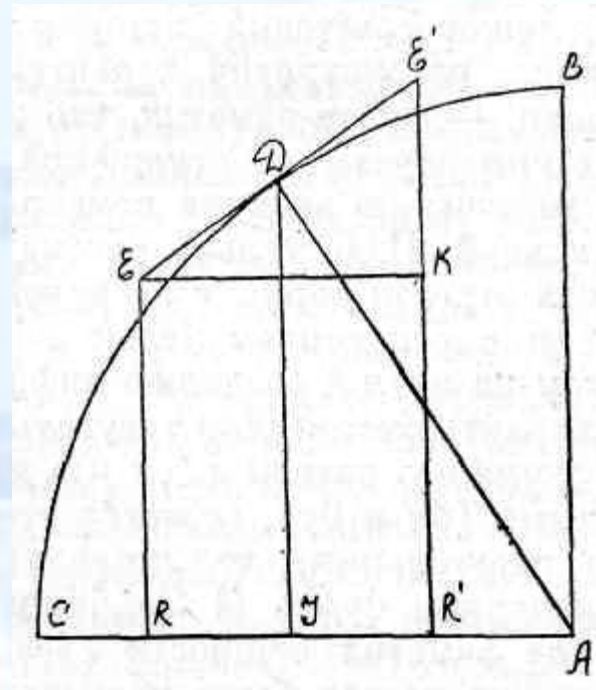
Жиль Роберваль. Фрагмент картины Шарля Лебрена, 1666



*Важнейшее открытие Роберваля – кинематический метод проведения касательной к кривой в произвольной точке. Основные утверждения:*

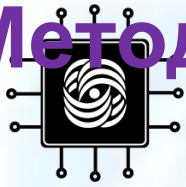
- 1) Вектор скорости движущейся точки в любой момент времени направлен по касательной к траектории.*
- 2) Результирующая мгновенная скорость направлена вдоль диагонали параллелограмма, построенного на составляющих мгновенных скоростях как на сторонах*





$$DI \cdot EE' = AD \cdot KE = AD \cdot RR'$$

# Метод экстремумов и касательных Ферма

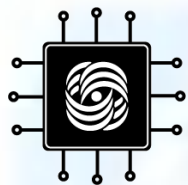


$$f(x+h) \approx f(x)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 0$$

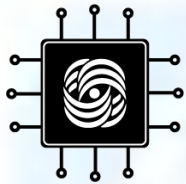
«...легко видеть с первого взгляда, что метод дифференциального исчисления дает тот же результат, как как основа та же, и что члены, которыми пренебрегают в Дифференциальном исчислении,—это те, которые Ферма полагает равными нулю» (Ж.Л.Лагранж)





## Исаак Барроу (1630-1677)

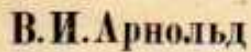




# Исаак Барроу (1630-1677)



- Евклидовы элементы (1655)
- Данные Евклида (1657)
- «Пятнадцать книг элементов Евклида с сокращенными доказательствами» (1659)
- Лекции по математике (1664 -1666)
- Лекции об оптических явлениях (1669)
- Лекции по оптике и геометрии (1669-1674)
- Лекция, в которой исследуются методом неделимых теоремы Архимеда о сфере и цилиндре (1678)
- Открытые лекции, читанные в Кембриджском университете Исааком Барроу, лукасовским профессором математики (1684)

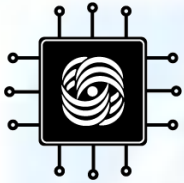


## ГЮЙГЕНС и БАРРОУ, НЬЮТОН и ГУК

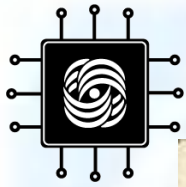


$$(*) \quad v = R \lim_{e \rightarrow 0} \frac{a}{e} = R \frac{dy}{dx}$$

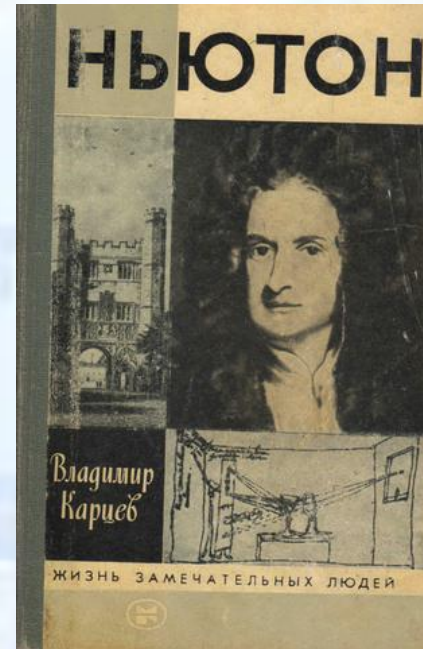
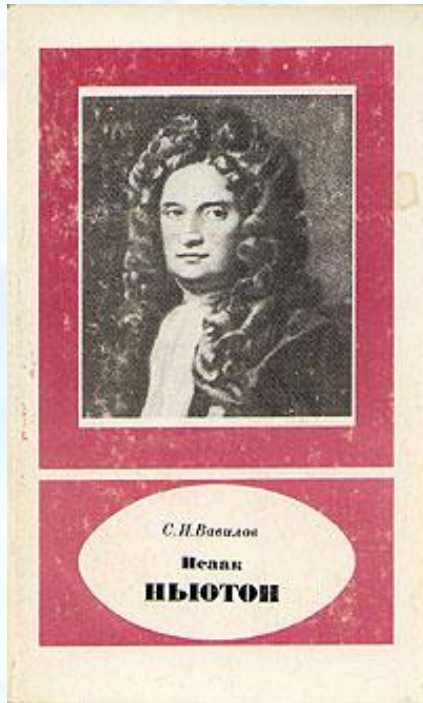
$$(1+x)^n > 1+nx$$



*«в интеграционных задачах на первое место выдвинулось суммирование бесконечно большого числа бесконечно малых слагаемых... в дифференциальных задачах было выявлено единство приемов их решения, которые сводились к разысканию бесконечно малых разностей величин и их отношений». Кроме того, как основное средство аналитического выражения функций стали применяться бесконечные степенные ряды. Существовали все предпосылки для создания нового оперативного исчисления. Однако недоставало систематического применения отношений двух исчезающих величин и вычислительного алгоритма»*



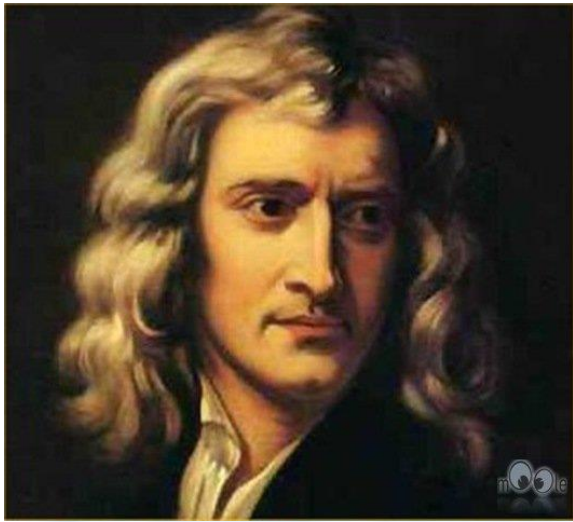
# Исаак Ньютон (1643 – 1727)



Гайденко, П.П. Своеобразие научной программы Ньютона // Природа. - М., 1987. - № 8. - С. 16-26

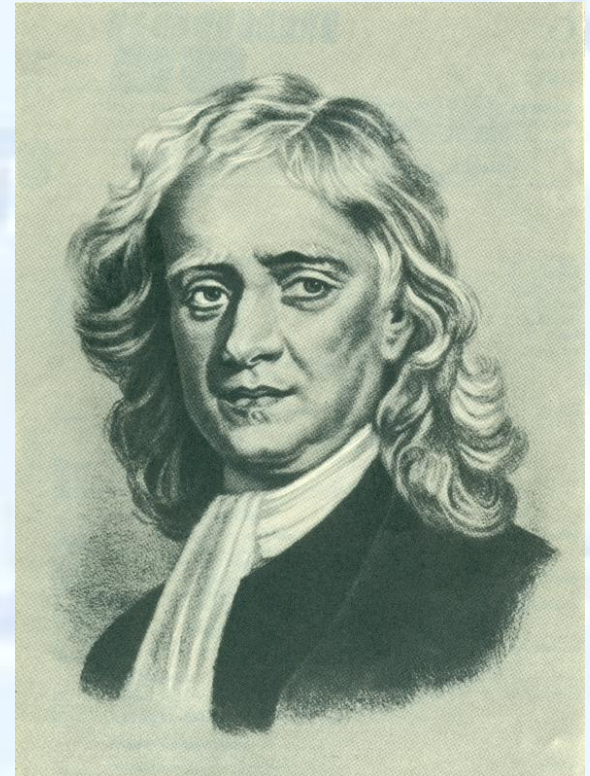
Гинзбург В.Л. К трехсотлетию «Математических начал натуральной философии» Исаака Ньютона / О физике и астрофизике: Статьи и выступления. -. - М.: Наука. Гл. ред. физ. -мат. лит., 1992.

О математических сочинениях И. Ньютона // ИМИ, Вып. 31, 1989. - С. 7-51<sup>27</sup>



- 1661** Сабсайзер Тринити-колледжа Кембриджского университета
- 1663** Ученик И.Барроу
- 1665** Бакалавр искусств
- 1665-1667** «Чумной отпуск
- 1669** Принимает кафедру от Барроу

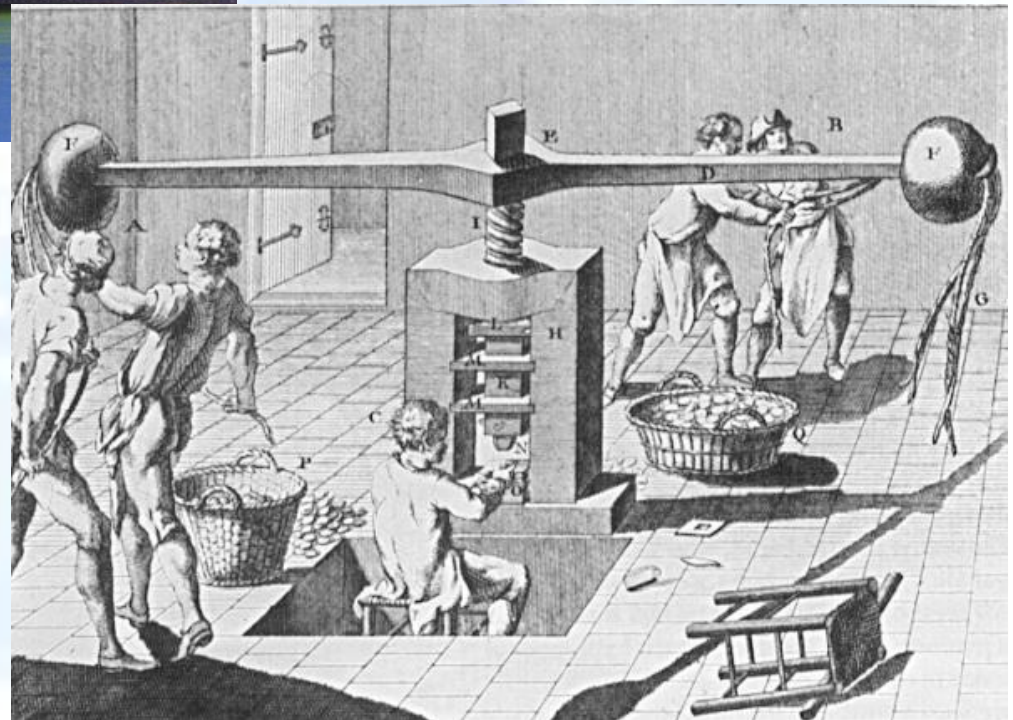
- 1671** В Лондонском Королевском обществе показан телескоп Ньютона.
- 1672** Избран членом Лондонского Королевского общества
- 1703** Избран президентом Лондонского Королевского общества
- 1688-1690** Депутат палаты общин
- 1705** Королева Анна возводит Исаака Ньютона в рыцарское звание.





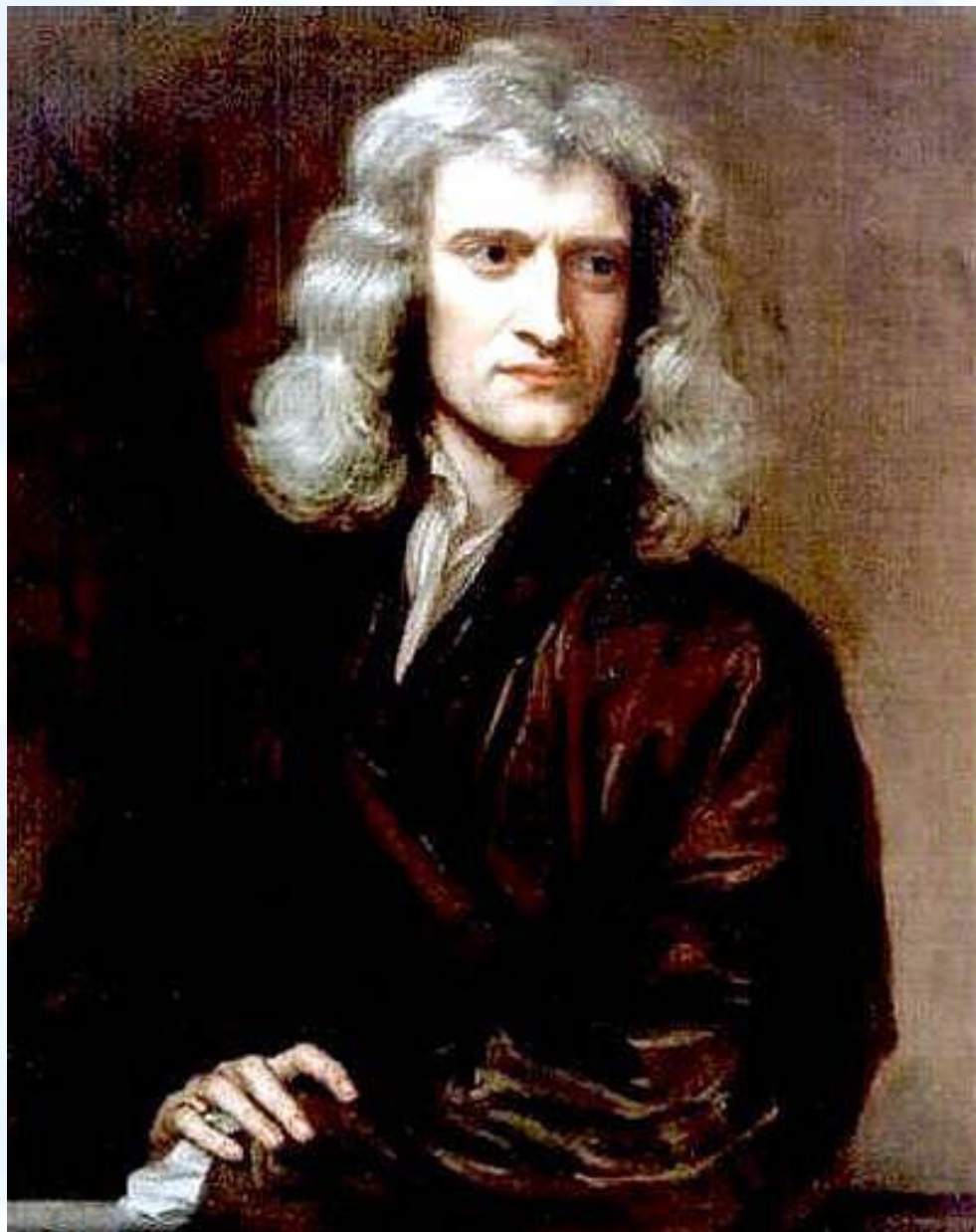
Чарльз  
Монтегю

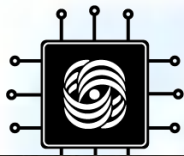
# Лондонский Монетный Двор





# Ньютон и Петр I





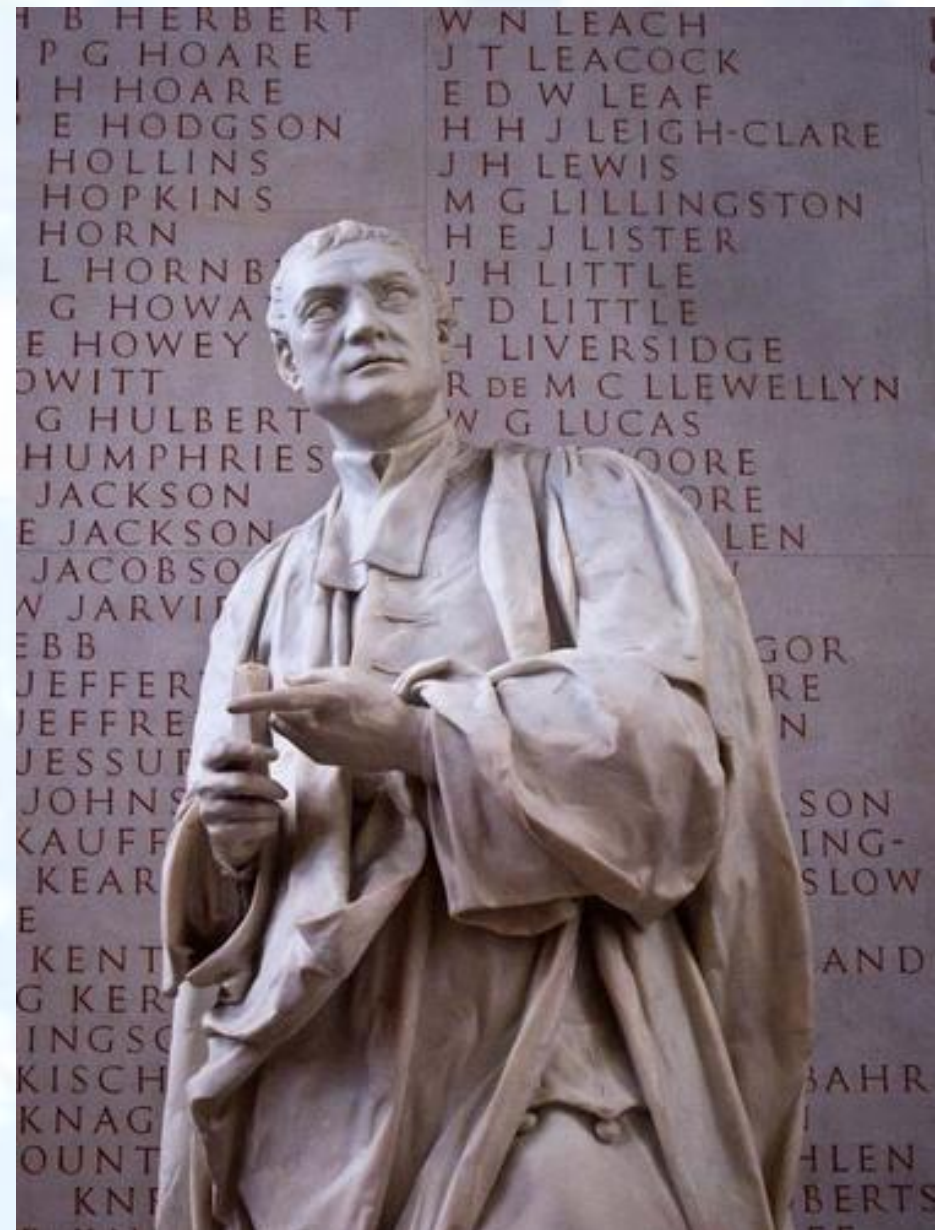
# Ньютон и Меншиков

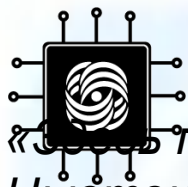


Principi Patribusque <sup>20</sup>maxima colenda, D<sup>no</sup> Alexandro Menzicoff  
Romani et Russi Imperij Principi, Domino de Oranienburgi  
Craniae Majestati Primo a Concilijs, Equitum Stratego,  
Devotissimum Provinciarum Dynasti, Ordinis Elephantis nec non  
Altae Imperij Aquile <sup>et</sup> Epit<sup>o</sup> Fi  
Johannes Newton salutem

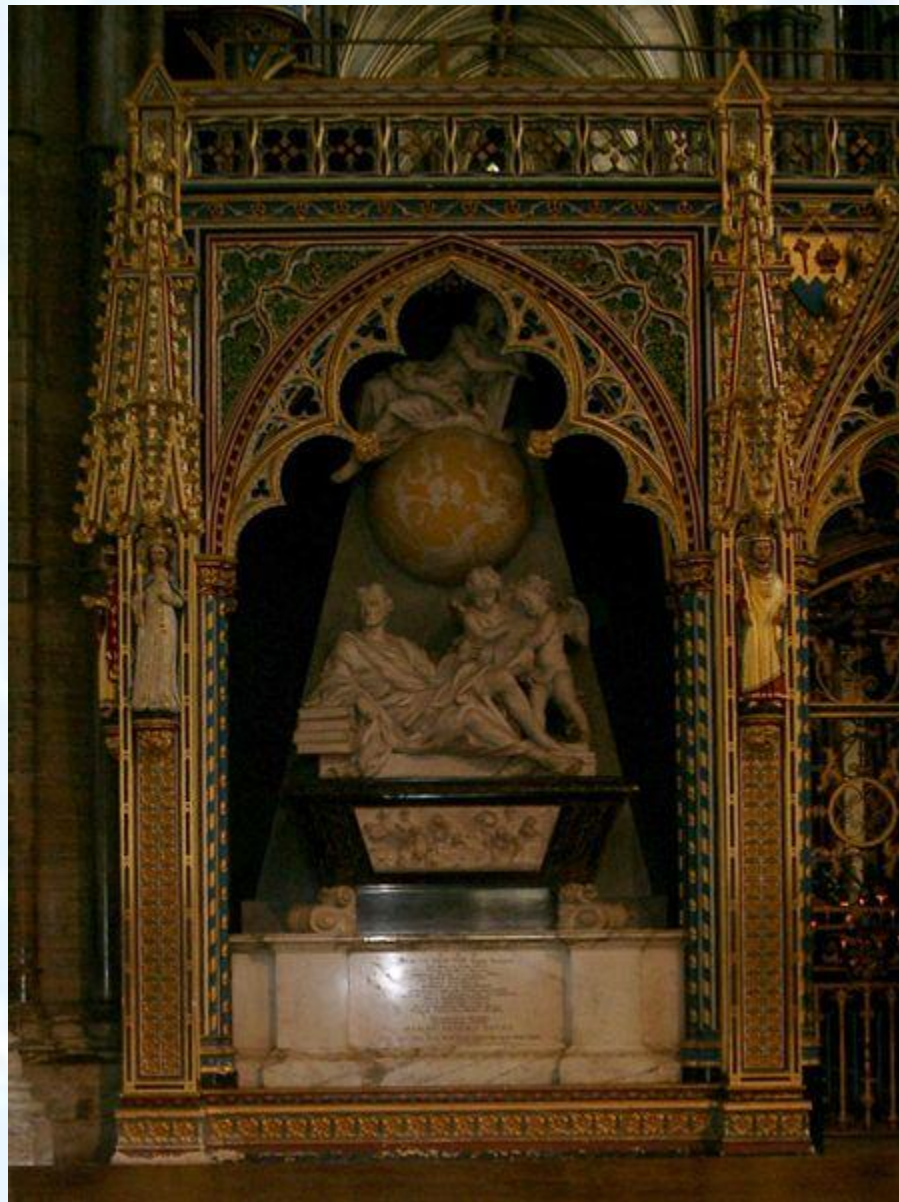
Cum Societas Regia dudum innotuerit Imperatorem vestrum,  
Cranensem ~~et~~ Majestatem, Artis & Scientiarum in Regnis suis  
quam maxime promoveri, cumq<sup>ue</sup> ministerio vestro, non solum in  
rebus bellicis & civilibus administrandis, sed etiam in bonis literis  
& scientijs propagandis, apprime adjuvari: maximo amoris suffut<sup>us</sup>  
fuimus gaudio quando Mercatoris Angli nobis significavit  
Excellentiam vestram, pro humanitate summa, & singulari suo in  
scientias affectu, & erga gentem nostram amore, in corpus  
Societatis nostrae cooptari, se dignari. Atq<sup>ue</sup> eo quidem tempore ceteros  
nostris firmi, pro more, donec tempestas activa et autumnalis  
praeheret, imposituri evanescere. Sed benedicto, senel amplius  
convenimus ut Excellentiam vestram suffragijs nostris eligere,  
id quod fecimus unanimi consensu. Et jam, ut primum ceteros  
nostros ~~novos~~ provocatos renovari <sup>cupimus</sup> ~~fecimus~~, electionem Diplomaticam  
sub Sigillo nostro communi ratam fecimus. Societas autem  
Secretario suo in mandatis dedit, ut transmissa ad vos Diplomatica  
electionem vobis notam faceret. Vale

Dabam Londini  
XXV Octob. MDCCXIV.





«...покоится сэр Исаак Ньютон, дворянин, который почти божественным разумом первый доказал с факелом математики движение планет, пути комет и приливы океанов. Он исследовал различие световых лучей и появляющиеся при этом различные свойства цветов, чего ранее никто не подозревал. Прилежный, мудрый и верный истолкователь природы, древности и св. писания, он утверждал своей философией величие всемогущего бога, а нравом выражал евангельскую простоту. Пусть смертные радуются, что существовало такое украшение рода человеческого.»



nique per punctum  $Q$  agatur  $LR$ , quæ ipsi  $SP$  parallela sit, & oc-  
 currat tum circulo in  $L$ , tum tangenti  $PZ$  in  $R$ . Et ob similia tri-  
 angula  $ZQR$ ,  $ZTP$ ,  $VP A$ ; erit  $RP$  quad. hoc est  $QR$  ad  
 $8$   $QT$  quad.



еделения основных физических понятий - массы, количества движения, силы и пр., аксиомы или законы движения.

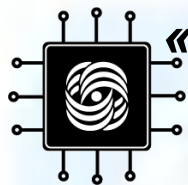
**Книга первая** - решение ряда динамических задач, относящихся к движению материальных точек и твердых тел.

**Вторая книга** - гидродинамические и гидростатические задачи, законы движения тел в сопротивляющейся среде, волновое движение, простейшие случаи вихревых движений.

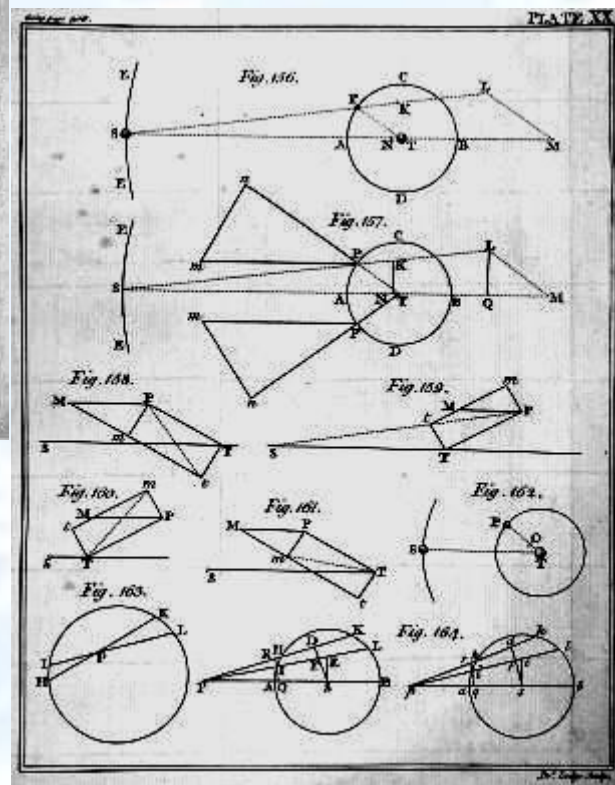
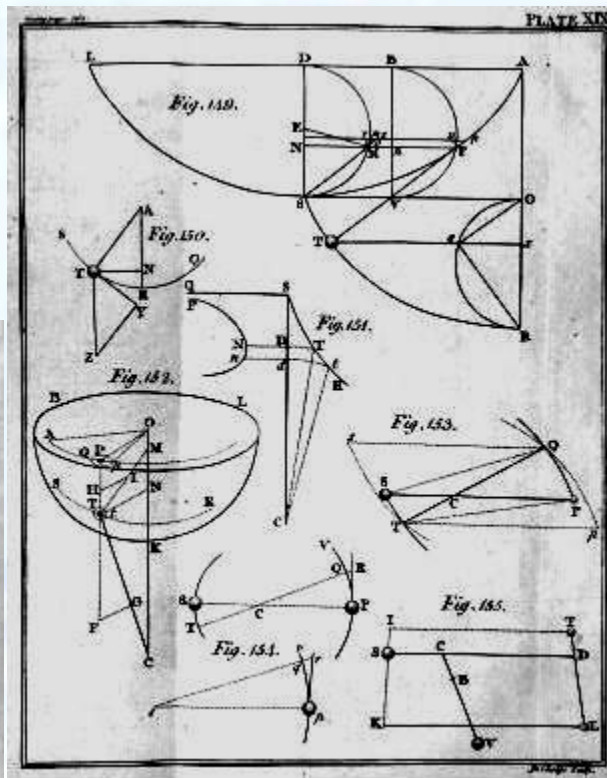
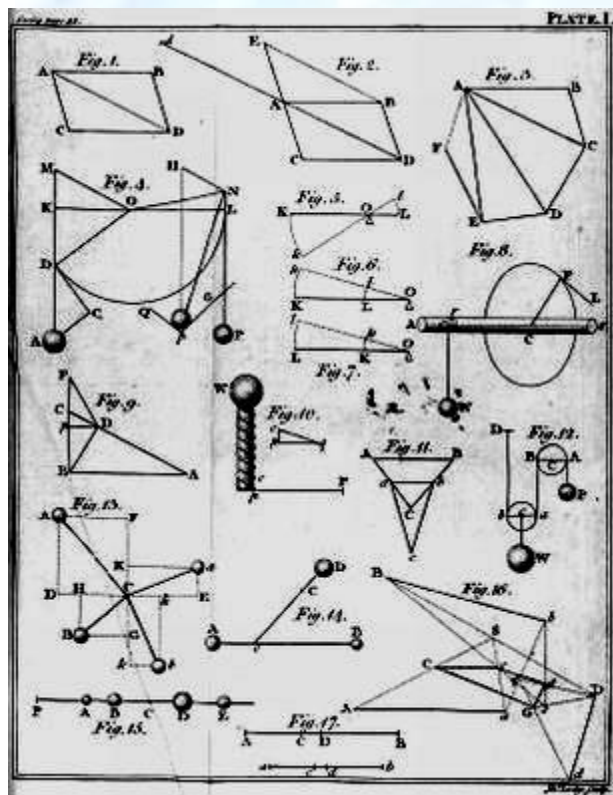
**Третья книга** — система мира, в основном небесная механика, а также теория приливов.

*«Не должно принимать в природе иных причин сверх тех, которые истинны и достаточны для объяснения явлений... Природа ничего не делает напрасно, а было бы напрасным совершать многим то, что может быть сделано меньшим. Природа проста и не роскошествует излишними причинами.»*





**«Метод первых и последних отношений, при помощи  
которого последующее доказывается» (1-я книга) -  
геометрический метод пределов**

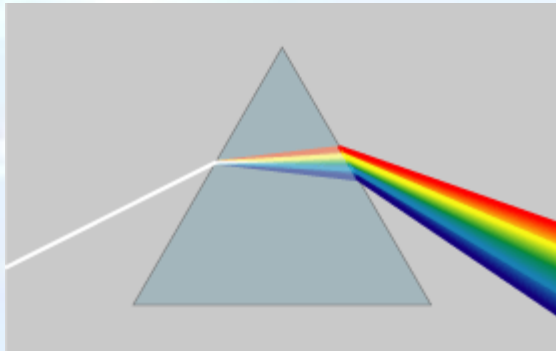




# Основные работы Ньютона

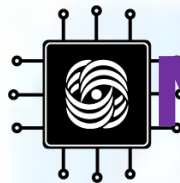
## МЕХАНИКА

- ❖ Создание аксиоматической основы, которая фактически перевела эту науку в разряд строгих математических теорий
- ❖ Создание динамики, связывающей поведение тела с характеристиками внешних воздействий на него (сил).



## ОПТИКА И ТЕОРИЯ СВЕТА

- ❖ ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ как целостная математическая модель:
- ❖ закон тяготения;
- ❖ закон движения (второй закон Ньютона);
- ❖ система методов для математического исследования (математический анализ)

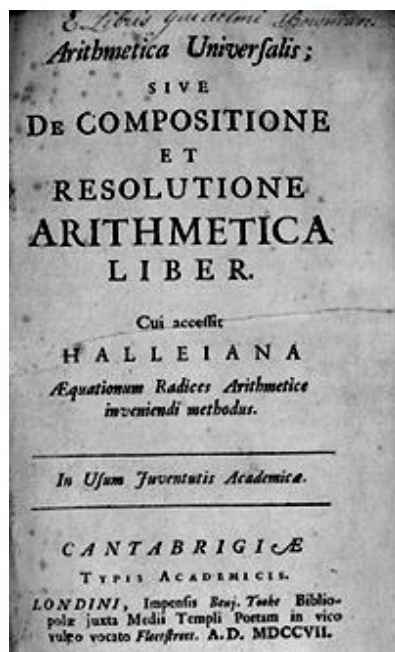


# Математика

- ✓ Классификация алгебраических кривых 3-го порядка
- ✓ Биномиальное разложение любой (не обязательно целой) степени, с которого начинается теория бесконечных рядов
- ✓ Разностные методы
- ✓ «Универсальная арифметика» с различными численными методами для приближенного решения уравнений
- ✓ «Анализ с помощью уравнений с бесконечным числом членов» - исследование кривых

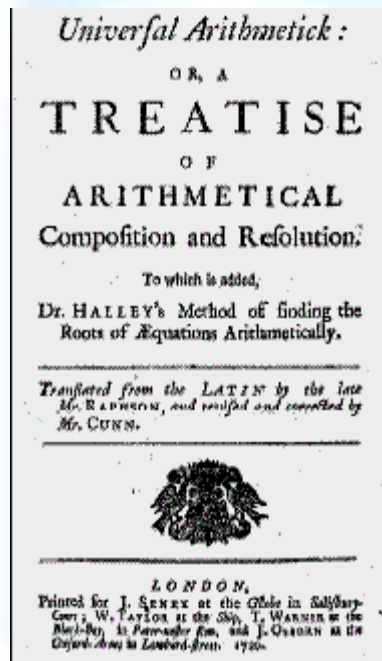


*Лучшим и наиболее безопасным методом философствования, как мне кажется, должно быть сначала прилежное исследование свойств вещей и установление этих свойств с помощью экспериментов, а затем постепенное продвижение к гипотезам, объясняющим эти свойства. (из письма к И.Пардису)*



# Универсальная арифметика

О значении некоторых терминов и знаков, О сложении,  
 О вычитании, Об умножении, О делении, Об извлечении корней,  
 О приведении дробей и радикальных величин  
 О сокращении дробей, Об отыскании делителей  
 О приведении дробей к общему знаменателю  
 О приведении радикалов к простейшему виду  
 О приведении радикалов к общему показателю  
 О приведении радикалов к более простым радикалам посредством извлечения корней,  
 О форме уравнения, О приведении одного уравнения  
 О приведении двух или большего числа уравнений к одному с целью исключения неизвестных величин  
 Исключение неизвестной величины путем сравнения ее значений  
 Исключение неизвестной величины путем подстановки ее значений  
 Исключение неизвестной величины, входящей в каждое уравнение в нескольких измерениях  
 О методе исключения из уравнений любого числа радикалов  
 О приведении вопроса к уравнению  
 Как приводятся к уравнениям геометрические вопросы  
 Как следует решать уравнения, О природе корней уравнения  
 О преобразованиях уравнений, О пределах уравнений  
 Приведение уравнений при помощи иррациональных делителей  
 Линейное построение уравнений





# Флюксии и флюэнты Ньютона

Анализ при помощи уравнений с бесконечно малыми величинами 1669(1711)

Метод флюксий и бесконечные ряды 1671 (1736)

Рассуждения о квадратуре кривых 1676 (1704)

Введение к «Математическим началам натурфилософии»

202 EUCLIDIS Elementorum

1. Hyp. Si fieri potest, sit D ipsarum AC,  
2 3. ex. 10. AB communis mensura, <sup>2</sup> ergo D metitur  
b 1. def. 10. AC — AB (BC). <sup>2</sup> ergo AB  $\square$  BC, contra  
Hypoth.  
c 16. 10. 2. Hyp. Dic AB  $\square$  BC. <sup>2</sup> ergo AC  $\square$   
AB, contra Hypoth.

Coroll.

Hinc etiam, si tota magnitudo ex duabus  
composita, incommensurabilis sit alteri ipsa-  
rum, eadem & reliquae incommensurabilis erit.

PROP. XVIII.

Si fuerint  
duae rectae in-  
aequales  
AB, GK;  
quarta autem  
parti quadra-  
ti, quod fit à  
minori GK,  
aequale paral-  
lelogrammum  
ADB ad maiorem AB applicetur, deficiens figurà  
quadrata, & in partes AD, DB longitudine com-  
mensurabiles ipsam dividat, major AB tanto plus  
poterit quam minor GK, quantum est quadratum  
rectae lineae FD sibi longitudine commensurabilis:  
Quod si major AB tanto plus possit, quam minor  
GK, quantum est quadratum rectae lineae FD sibi  
longitudine commensurabilis; quarta autem parti  
quadrati, quod fit à minori GK, aequale paral-  
lelogrammum ADB ad maiorem AB applicetur,  
deficiens figurà quadrata, in partes AD, DB lon-  
gitudine commensurabiles ipsam dividet,  
<sup>2</sup> Bifeca GK in H; & <sup>2</sup> fac rectang. ADB =  
GHq; abscinde AF = DB. Etque AB  $\square$  =  
<sup>4</sup> ADB <sup>4</sup> (4 GHq. vel  $\square$  GK)  $\rightarrow$  FDq. Jam  
primò.

"Намек на метод  
(метод флюксий) я  
получил из способа  
Ферма проведения  
касательных; применяя  
его к абстрактным  
уравнениям прямо и  
обратно, я сделал его  
общим. М-р Грегори и д-  
р Барроу применяли и  
улучшили этот метод  
проведения  
касательных.»

## ИСААК НЬЮТОН МАТЕМАТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

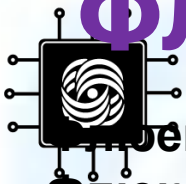
ПЕРЕВОД С ЛАТИНСКОГО  
ВВОДНАЯ СТАТЬЯ  
И КОММЕНТАРИИ  
Д. Д. МОРДУХАЙ-ВОЛТОВСКОГО

13720



ОБЪЕДИНЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО ВЕЩ СССР  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
МОСКВА 1977 ЛЕНИНГРАД

# Флюксии и флюэнты Ньютона



**Флюэнты** – переменные величины, входящие в уравнения

**Флюксии** – скорости изменения прироста флюент, т. е. отношения бесконечно малого прироста одной флюэнты к соответствующему бесконечно малому приросту другой флюэнты

**«Метод флюксий...»:** теория разложения функций в ряды, переход к задаче отыскания отношений флюксий, если дано соотношение между флюэнтами, затем вторая задача - из данного отношения между флюксиями найти отношение между флюэнтами

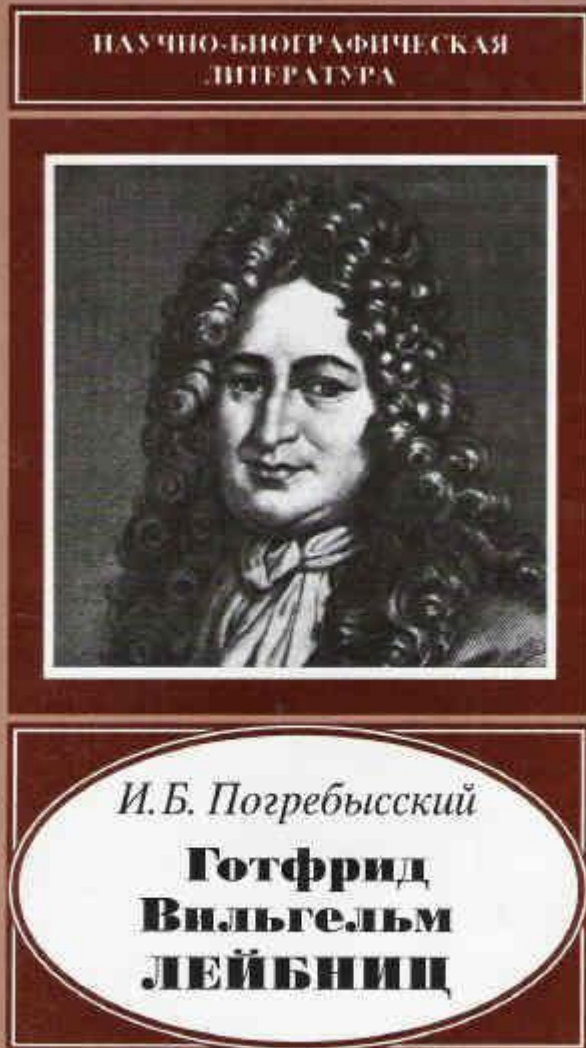
## Три фундаментальных принципа:

- Взаимная обратность двух задач
- Любая функция - в виде суммы бесконечного степенного ряда
- Производная степенной функции

*«Эти последние отношения исчезающих количеств не являются в точности отношениями последних количеств, а пределами, к которым постоянно приближаются отношения беспрельдно убывающих количеств и к которым они приближаются более чем на любую заданную разность, но никогда не переходят через них и в действительности не достигают их ранее, чем эти количества не уменьшатся до бесконечности» («Начала», книга I, отдел I, последняя схолия).*

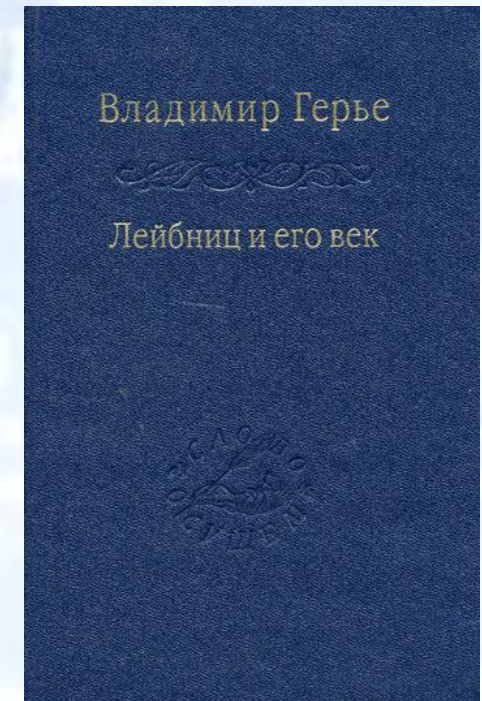


# Готфрид Вильгельм Лейбниц(1646 – 1716)



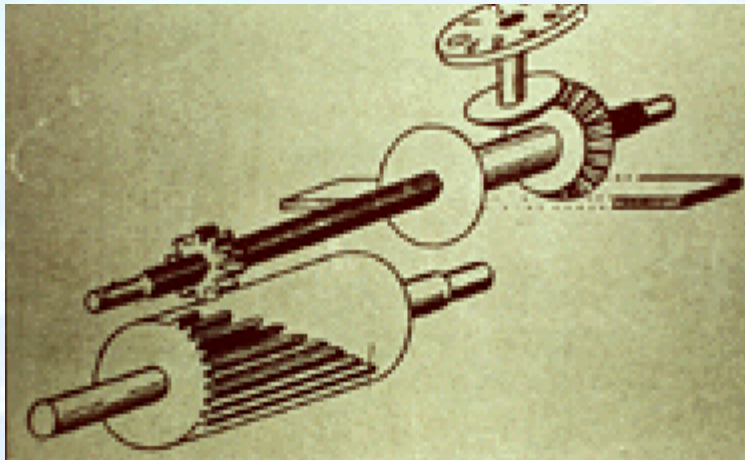
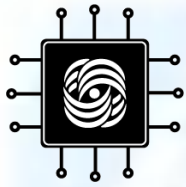
Нарский И.С.  
Г.Лейбниц . М.:  
Мысль, 1972

Герье В.И. Лейбниц и  
его век . Спб.: Наука,  
2008

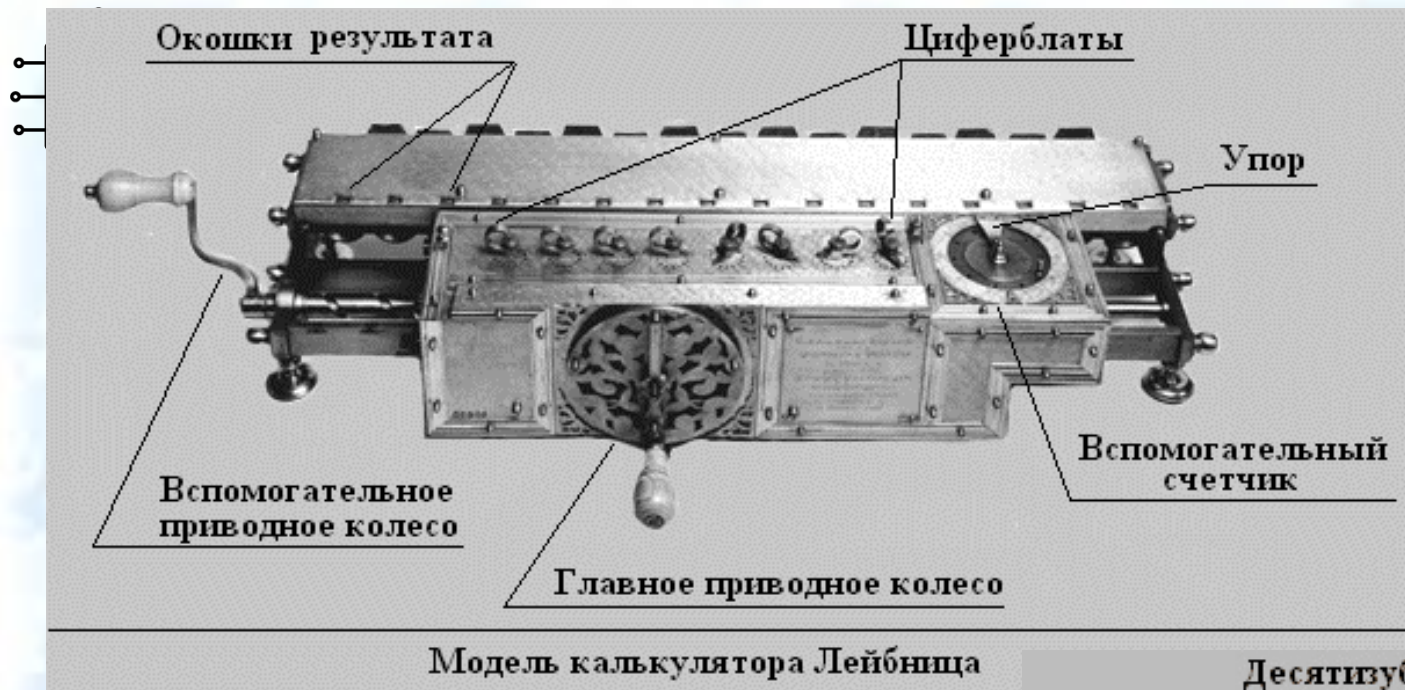




- 1662** Степень бакалавра философии в Лейпцигском университете
- 1663** Семестр в Йенском университете
- 1664** Степень магистра
- 1666-1667** Защита юридической диссертации и степень доктора обоих прав в Нюрнбергском университете (Альтдорф)
- 1668-1672** Майнц, на службе у Майнцкого курфюрста Шенборна
- 1677-1716** Служба у ганноверского герцога
- 1696** Назначение ганноверским тайным советником юстиции
- 1700** По инициативе Лейбница открывается Берлинское научное общество, Лейбниц – пожизненный президент
- 1713** Назначение имперским придворным советником

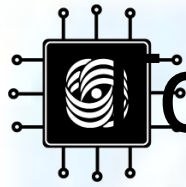


[http://all-itech.msk.ru/inf/history/p\\_1\\_7.html](http://all-itech.msk.ru/inf/history/p_1_7.html)



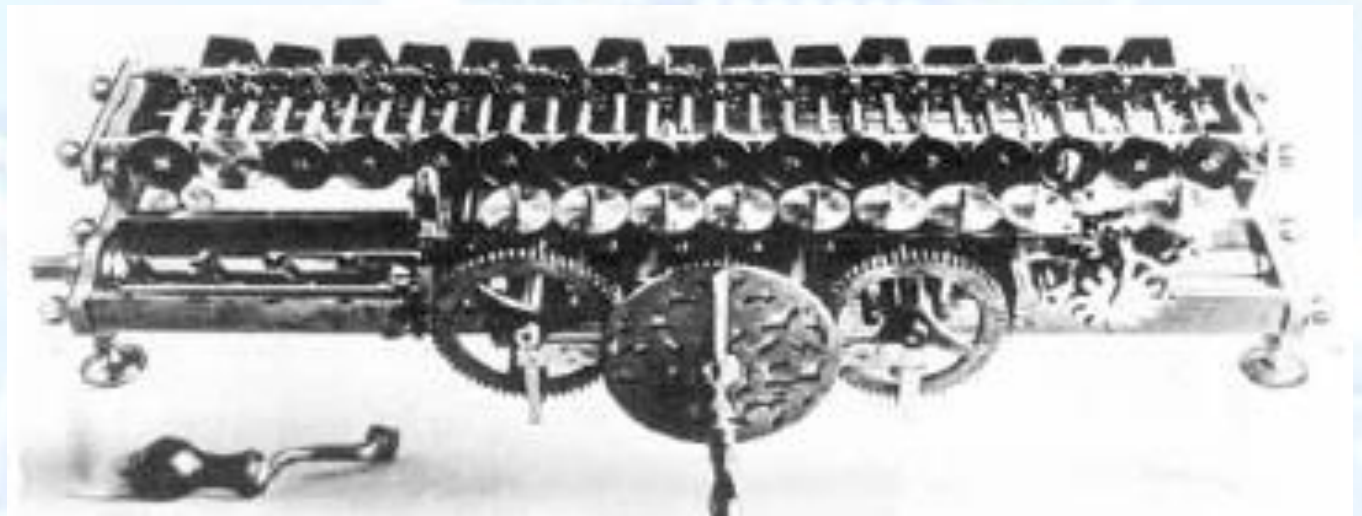
«Мне посчастливилось построить такую арифметическую машину, которая бесконечно отличается от машины Паскаля, так как моя машина дает возможность совершать умножение и деление над огромными числами мгновенно, притом не прибегая к последовательному сложению и вычитанию».

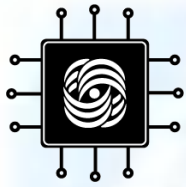




# Готфрид Лейбниц (1646 – 1716)

- Механический калькулятор, выполняющий арифметические действия





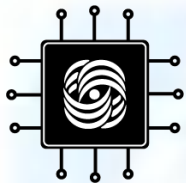
# Готфрид Лейбниц (1646 – 1716)

Для умножения чисел  
используется способ  
многократного сложения.

Слева - на бумаге и Паскалине,  
справа - на арифмометре

```
      1526
*      312
=====
      1526
+      1526
+ 1526 <-
+ 1526 <-
+ 1526
+ 1526
=====
= 476112
```

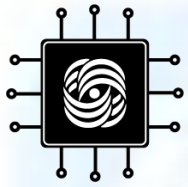
```
      1526
*      312
=====
      1526
+      1526
-----
=      3052
----- -> сдвиг каретки
      3052
+      1526
-----
=      18312
----- -> сдвиг каретки
      18312
+      1526
+      1526
+      1526
=====
=      476112
```



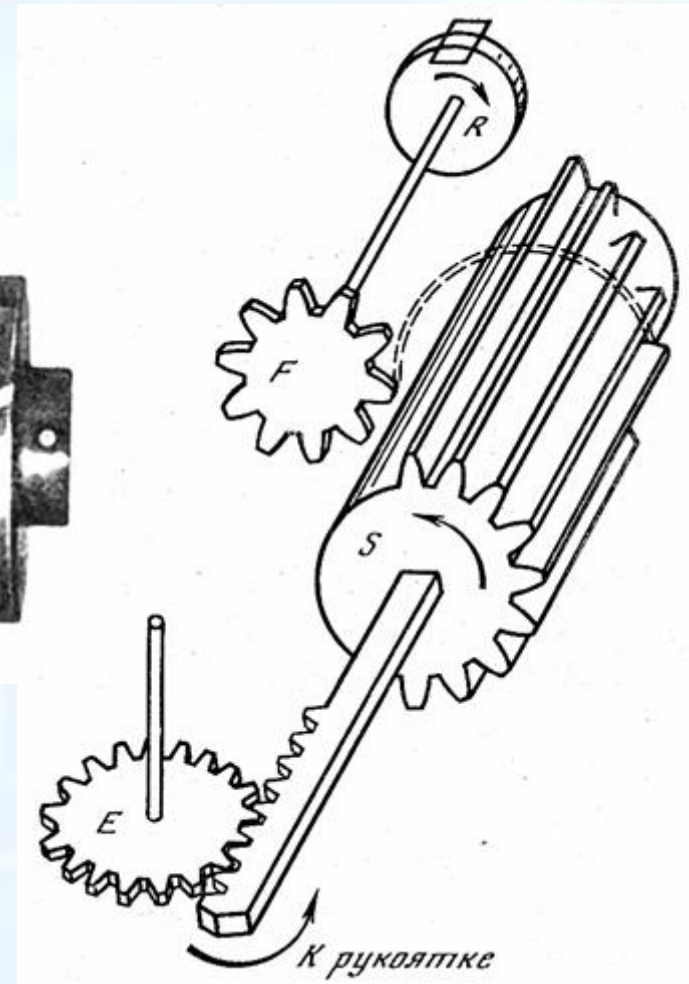
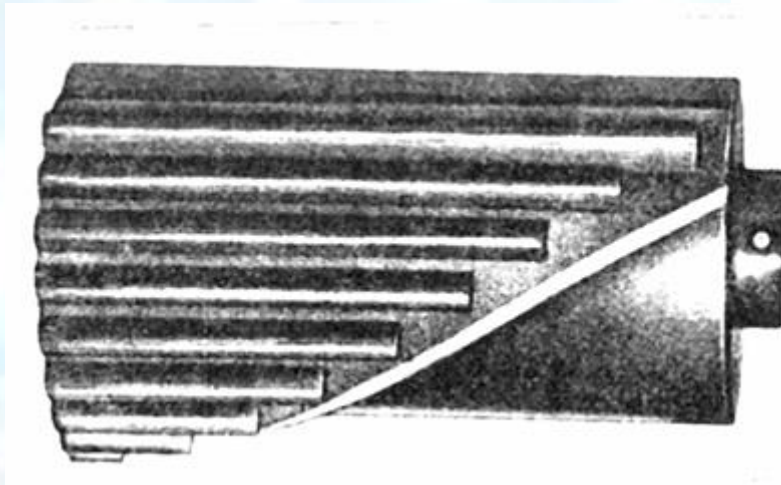
# Машина Лейбница

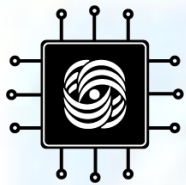
Для механизации операции умножения Лейбниц ввел в конструкцию вычислительной машины:

- ✓ механизм многократного ввода слагаемого (ступенчатый валик Лейбница);
- ✓ размещение механизма ввода на подвижной каретке



# Ступенчатый валик Лейбница





# Реконструкция машины Лейбница

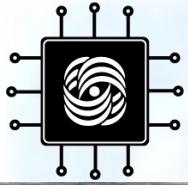


Арифмометр Лейбница (1673 г., реконструкция). Механизм ввода слагаемых размещен спереди на подвижной каретке, его ступенчатые валики вращаются правой рукояткой. Суммирующий механизм расположен сзади, сдвиг каретки производится поворотом левой рукоятки



**Куренной В.А.** Лейбниц и Петровские реформы // Отечественные заметки, 2004, № 2 <http://www.strana-oz.ru/?numid=17&article=840>

**«Профессоров поставить наравне с высшими чиновниками в главных городах и при дворе, а учителей уравнивать во всем с высшими чиновниками в провинции»**



# Лейбниц, Гюйгенс, ряды



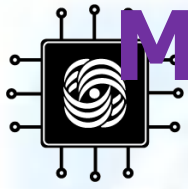
$$\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{21} + \frac{1}{27} + \dots$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} 2 \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 2$$

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} -$$

Христиан Гюйгенс

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots$$



# Математические достижения Лейбница



- ✓ Создал комбинаторику как науку
- ✓ Исследовал вопрос о разрешимости линейных систем; понятие определителя
- ✓ Совместно с Иоганном Бернулли открыл приём разложения рациональных дробей на сумму простейших
- ✓ Лейбниц даёт подразделение вещественных чисел на алгебраические и трансцендентные; аналогично классифицировал кривые линии
- ✓ Введено общее понятие огибающей однопараметрического семейства кривых
- ✓ Лейбниц вводит показательную функцию в самом общем виде:  $u^v$



*Весь мир его узнал по созданным трудам,  
Был даже край родной*

*с ним вынужден считаться,  
Уроки мудрости давал он мудрецам,  
Он был мудрее их: умел он сомневаться.*

*Вольтер*





### ***К портрету Лейбница***

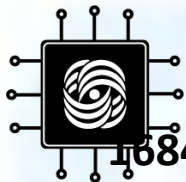
*Когда вникаю я, как робкий ученик,  
В твои спокойные, обдуманые строки,  
Я знаю — ты со мной! Я вижу строгий лик,  
Я чутко слушаю великие уроки.*

*О Лейбниц, о мудрец, создатель вещей книг!  
Ты выше мира был, как древние пророки.  
Твой век, дивясь тебе, пророчеств не постиг  
И с лестью смешивал безумные упреки.*

*Но ты не проклинал, и тайны от людей  
Скрывая в символах, учил их, как детей.  
Ты был их детских снов заботливый хранитель.*

*И после — буйный век глумился над тобой,  
И долго ждал ты час, назначенный судьбой...  
И вот теперь встаешь, как Властный,  
как Учитель!*

*(В. Брюсов)*



# Учение Лейбница

1684 - «Новый метод для максимумов и минимумов, а также для касательных, для которого не являются препятствием дробные и иррациональные количества, и особый вид исчисления для этого».

$$dx, dy$$

$$d(uv) = u dv + v du$$

$$dy = 0$$

$$d^2 y = 0$$

$$ddv$$

«Доказательства правил легко получить, если учесть, что дифференциалы пропорциональны мгновенным приращениям величин» (дифференциалы рассматривает как бесконечно малые разности)

1686 - «О глубокой геометрии и анализе неделимых, а также бесконечных»

Юшкевич А.П. Лейбниц и основание исчисления бесконечно малых // УМН, 1948, № 3 (23), с.150–164 <http://mi.mathnet.ru/rus/umn/v3/i1/p150>



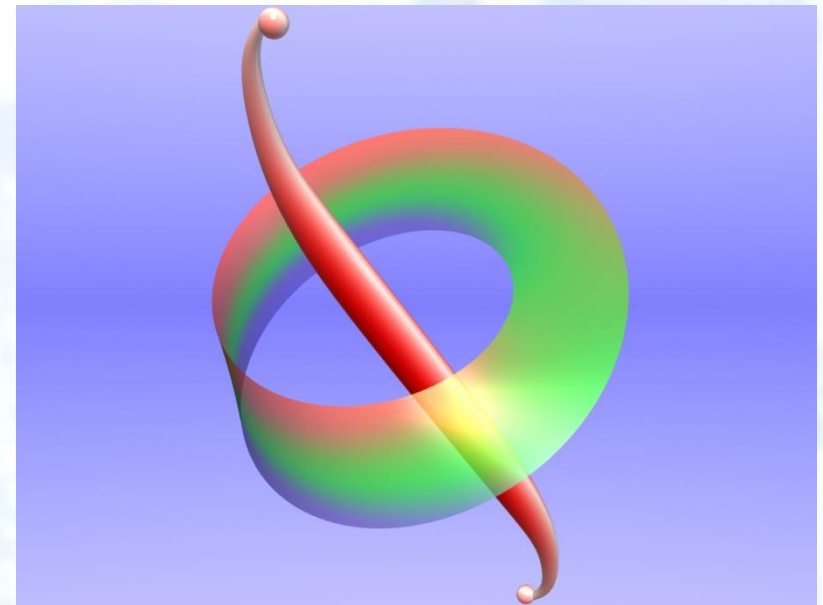
# Интегрирование

**Ньютон – интегрирование как отыскание первообразных функций**

$$x^2/a, x^3/a^2, a^3/x^2, a^4/x^3,$$

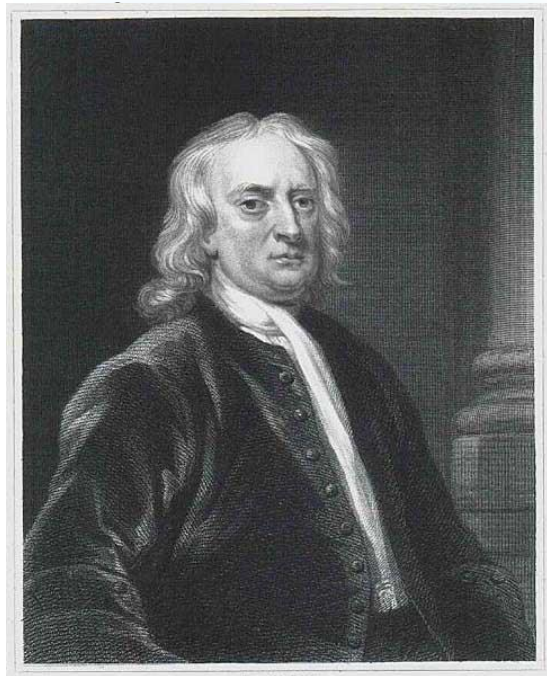
$$\sqrt{ax}, \frac{1}{1+x^2}, \sqrt{a^2 \pm x^2}$$

**Лейбниц - интегрирование как сумма бесчисленного множества бесконечно малых дифференциалов**



$$\int_b^a f(x) dx = \sum_{i \in [a,b]} f(x_i) dx_i$$

$$\int_b^a f(x) dx = F(a) - F(b)$$



# Многовеков ой спор

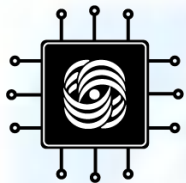


**И.НЬЮТОН**

«Анализ при помощи уравнений с  
бесконечно малыми величинами» –  
1669 (1711)  
«Метод флюксий и бесконечные ряды»  
– 1671 (1736)  
«Рассуждение о квадратуре кривых» –  
1676 (1704)

**Г.В.ЛЕЙБНИЦ**

«Новый метод для максимумов и  
минимумов» – 1684  
«О глубокой геометрии и анализе  
неделимых, а также бесконечных» –  
1686



# Многовековой спор

6 aecddaе 13eff 7i 3l 9n 4o 4qrr 4s 9t 12vx;

*Дано уравнение, заключающее в себе текущие количества (флюенты), найти течения (флюксии) и наоборот*

*"Ньютон подошел к открытию квадратур при помощи бесконечных рядов не только совершенно независимо, но он настолько дополнил метод вообще, что издание его работ, до сих пор не получившее осуществления, явилось бы несомненно поводом новых больших успехов в науке" (Лейбниц, 2-е издание «Нового метода...»)*

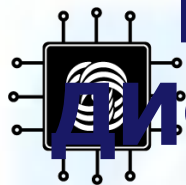


**Фацио Дюилье**  
**Nicolas Fatio**  
**de Duillier**  
**1664 – 1753**  
**1699**

**1704 - «Оптика» Ньютона и  
рецензия в «Acta eruditorum»**

**1713 - Ньютон добился  
благоприятного для себя  
заключения комиссии  
Королевского общества**

*«Такие замечательные люди и великие математики, как Ньютон, Лейбниц, Иоганн Бернулли выступают здесь в каком-то ужасном виде» (В.Арнольд)*



# ПЕРВЫЕ ВЫСТУПЛЕНИЯ ПРОТИВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

1694-1695: **Bernardo Nieuwentiit, (1654-1718)**

Г.В.Лейбниц, «Ответ на некоторые затруднения, выдвинутые г-ном Б.Нивентейтом против дифференциального или инфинитезимального метода», 1695

$u^v$

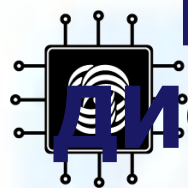
$$a + dx = a$$

Г.В.Лейбниц, «Опыт о причинах движений небесных тел», 1689

*«Я принимаю равными не только те величины, разность которых есть совершенное ничто, но и те, разность которых несравнимо мала» (Лейбниц)*



**Якоб Герман (1678 – 1733)**



# ПЕРВЫЕ ВЫСТУПЛЕНИЯ ПРОТИВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

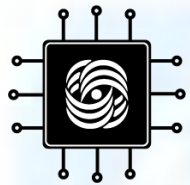
Мишель Ролль (1652 – 1719)



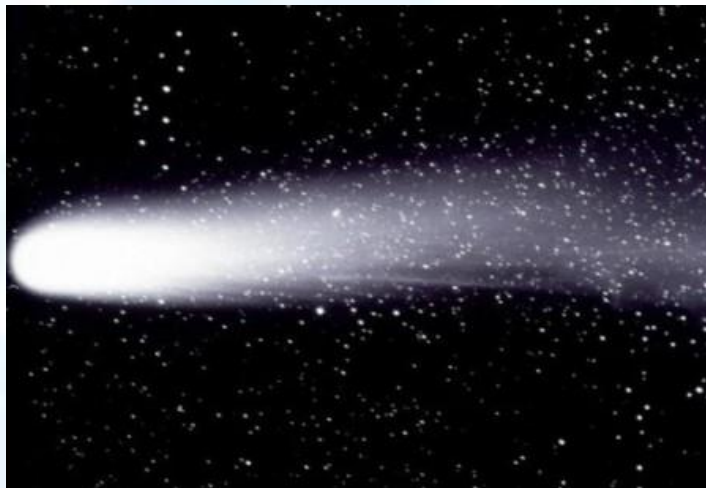
Пьер Вариньон (1654 — 1722)



Жозеф Сорен (1659—1737)

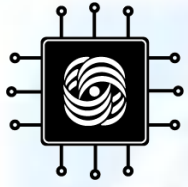


# ЭДМУНД ГАЛЛЕЙ (1656 – 1742)



Хвост кометы Галлея  
12 марта 1986 г.





# ДЖОРДЖ БЕРКЛИ (1684—1753)



Быховский Э. Беркли. —  
М.: Мысль, 1970



Джон Смайберт, Портрет декана Джорджа Беркли с семьей

THE  
ANALYST;  
OR, A  
DISCOURSE

Addressed to an  
Infidel MATHEMATICIAN.

WHEREIN

It is examined whether the Object, Principles, and Inferences of the modern Analysis are more distinctly conceived, or more evidently deduced, than Religious Myfterie and Points of Faith.

By the Author of *The Minute Philosopher*.

*First cast out the beam out of thine own Eye; and then shalt thou see clearly to cast out the mote out of thy brother's eye.*  
S. Matt. c. vii. v. 5.

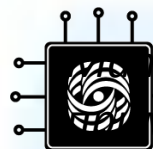
L O N D O N:

Printed for J. TONSON in the Strand. 1734.



**«Аналист или рассуждение, обращённое к неверующему математику, где исследуется, более ли ясно воспринимаются или более ли очевидно выводятся предмет, принци-пы и умозаключения современного анализа, чем религиозные таинства и догматы верь». (1734)**

1710 - «Трактат о принципах человеческого знания» (переиздана в 1734 г). [http://sbiblio.com/biblio/archive/berkli\\_traktat](http://sbiblio.com/biblio/archive/berkli_traktat)

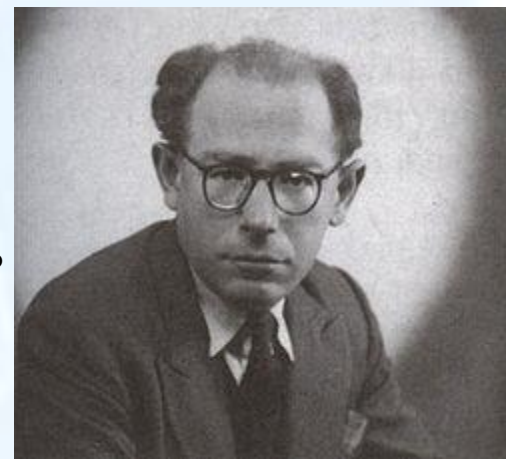


Математики «стремятся скорее действовать, а не познавать, скорее менять правила и формулы, а не понять принципы и глубоко проникнуть в суть понятий» (Д.Беркли)



- отбрасывание бесконечно малой при выводе производной степенной функции – компенсация ошибок
- бесконечность как чувственно невоспринимаемая не имеет права на существование
- нельзя делить конечную величину до бесконечности при образовании бесконечно малых

**Абрахам Робинсон**  
(1918 — 1974) —  
американский создатель  
«нестандартного  
анализа».



# Якоб Уолтон (Jacob Walton)



Ruth Wallis, 'Who was J. Walton, adversary of Bishop Berkeley', *Annals of science*, 51 (1994) 539-540

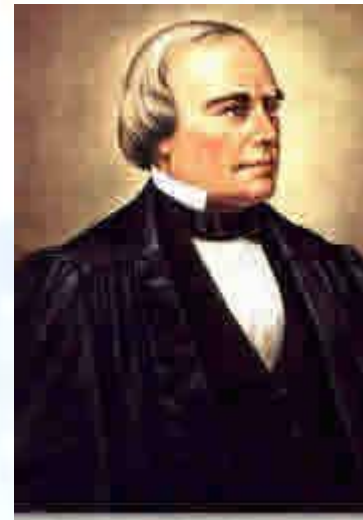


Томас  
Симпсон  
(1710-1761)

1737 г. –  
«Новый  
трактат о  
флюксиях»

Как измерить мгновенную скорость движущегося объекта (флюксию)?

«мы можем просто определить ее (флюксию) как путь, который мог быть пройден, если бы ускорение или замедление было приостановлено в предложенный момент, в который флюксия отыскивается)» (Симпсон)



Джеймс Джюрин  
(1684-1750)



Бенджамин Робинс  
(1707-1751)

*«Я понимаю под пределом переменной величины некоторую определенную величину, к которой, по предположению, постоянно стремится переменная величина и подходит к ней ближе, чем на любую заданную разность» (Джюрин)*

Ньютоновское последнее значение переменной величины – «предел, к которому переменная величина стремится с любой степенью близости, хотя она и не может никогда быть ей абсолютно равной» (Робинс)



# КОЛИН МАКЛОРЕН (1698-1746)





# Трактат о флюксиях

## Книга 1, «Основы метода флюксий»

- 4 аксиомы о равномерном и ускоренном (замедленном) движении
- 15 теорем, на языке механики излагаются правила дифференцирования и интегрирования
- приложение к геометрическим величинам

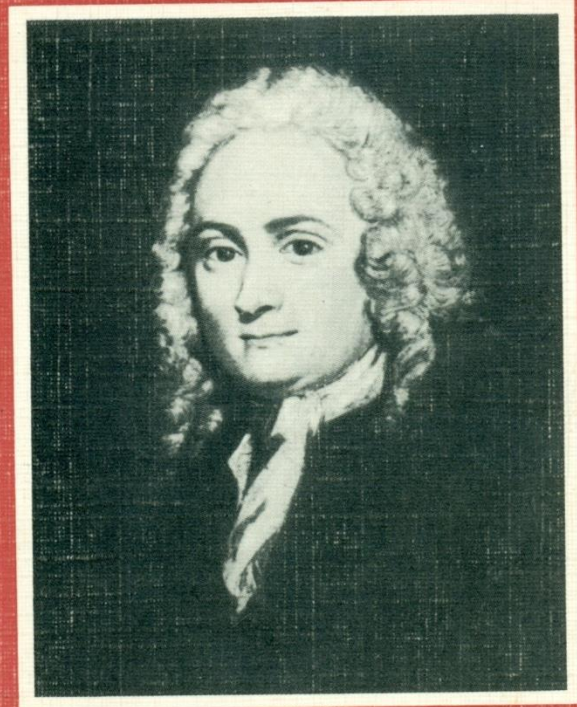
## Книга 2

Приложения общих теорем к произвольным величинам, заданным аналитическими выражениями

# Вклад в матем. анализ

- Теория экстремумов
- Несобственные интегралы
- Теория рядов
- Эллиптические интегралы

$$\int \frac{x^{\pm 1/2} dx}{\sqrt{a \pm bx \pm cx^2}}$$



*М. М. Коренцова*  
**Колин  
МАКЛОРЕН**

AN  
A C C O U N T  
OF  
SIR ISAAC NEWTON'S  
PHILOSOPHICAL DISCOVERIES,  
IN FOUR BOOKS.

BY  
COLIN MACLAURIN, A. M.

*Late Fellow of the Royal Society, Professor of Mathematics in the University of  
EDINBURGH, and Secretary to the Philosophical Society there.*

Published from the Author's Manuscript Papers,

By *PATRICK MURDOCH*, M. A. and F. R. S.

L O N D O N

PRINTED FOR THE AUTHOR'S CHILDREN:

And Sold by A. MILLAR, and J. NOURSE, over against *Catharine-street* in the  
*Strand*; G. HAMILTON and J. BALFOUR, and A. KINCAID at *Edinburgh*;  
J. BARRY at *Glasgow*, and J. SMITH at *Dublin*. M.DCC.XLVIII.

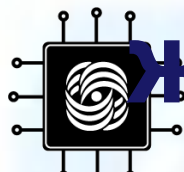
Geometria Organica :  
SIVE  
DESCRIPTIO  
LINEARUM CURVARUM  
UNIVERSALIS.

AUCTORE  
COLINO MAC LAURIN, *Matheseos in Collegio Novo  
Abredonensi Professore, & Reg. Soc. Soc.*

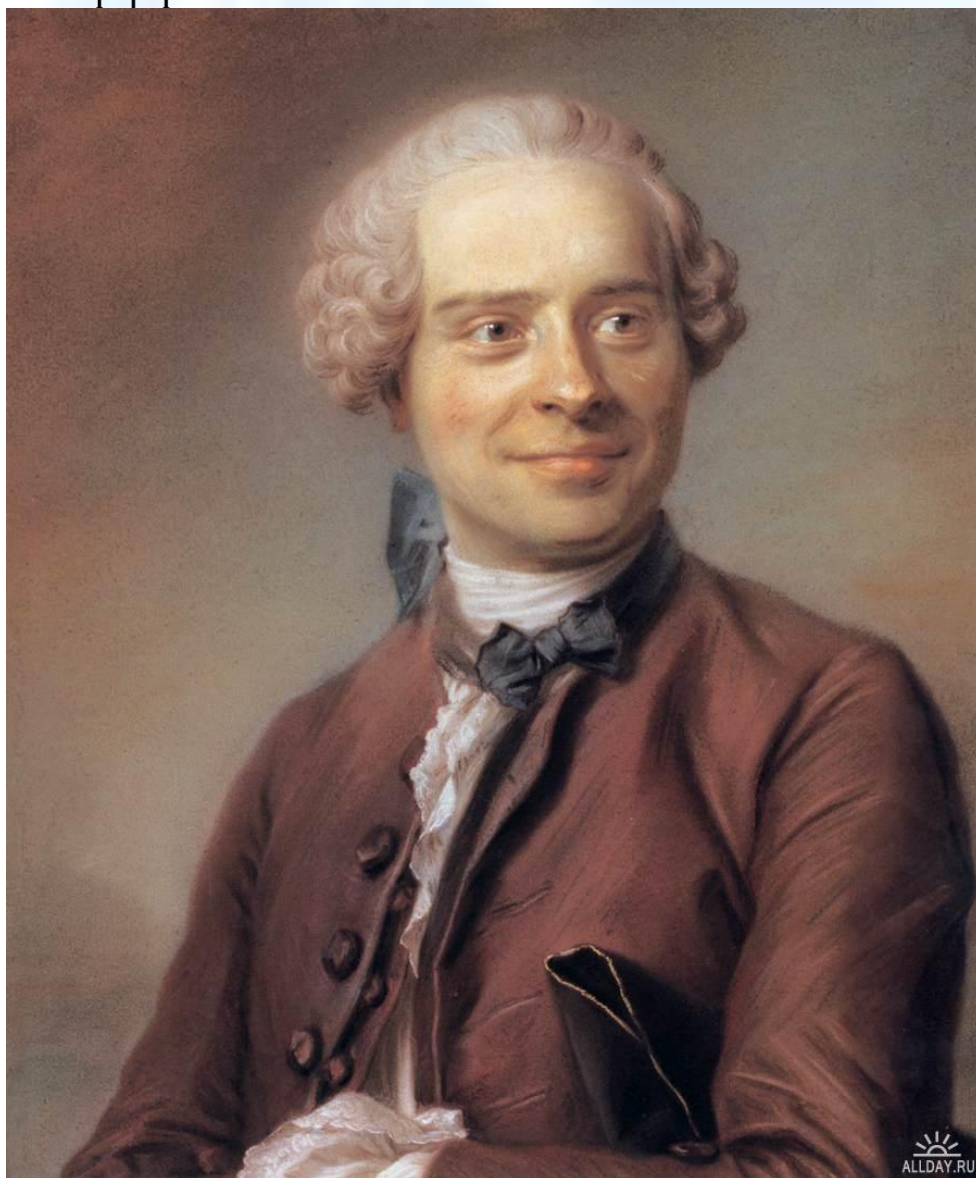


L O N D I N I :

Impensis GUL. & JOH. INNYS, Regiæ Societatis Typo-  
graphorum in Arcâ Occidentali D. Pauli. MDCCXX.



# Жан ле Рон Даламбер (1717-1783)



Кобеко Д. Екатерина II и Даламбер  
(Новооткрытая переписка Даламбера  
с Екатериной и другими лицами) –  
[http://www.vostlit.info/Texts/Dokumenty/Russ/XVIII/EkaterinaII/Istoriceskij\\_vestnik/1/text1.htm](http://www.vostlit.info/Texts/Dokumenty/Russ/XVIII/EkaterinaII/Istoriceskij_vestnik/1/text1.htm)

# TRAITÉ DE DYNAMIQUE,

DANS LEQUEL LES LOIX DE L'EQUILIBRE  
& du mouvement des Corps sont réduites au plus petit nombre  
possible, & démontrées d'une manière nouvelle, & où l'on donne  
un Principe général pour trouver le Mouvement de plusieurs Corps  
qui agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque.

*Par M. D'ALEMBERT, de l'Académie Française, des  
Académies Royales des Sciences de France, de Prusse &  
d'Angleterre, de l'Académie Royale des Belles Lettres de  
Suède, & de l'Institut de Bologne.*

Nouvelle Edition, revue & fort augmentée par l'Auteur.



A PARIS,

Chez DAVID, Libraire, rue & vis-à-vis la grille des Mathurins.

M. DCC. LVIII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial v}{\partial x}$$

# ENCYCLOPÉDIE, OU DICTIONNAIRE RAISONNÉ DES SCIENCES, DES ARTS ET DES MÉTIERS.

PAR UNE SOCIÉTÉ DE GENS DE LETTRES.

Mis en ordre & publié par M. DIDEROT, de l'Académie Royale des Sciences & des Belles-  
Lettres de Prusse, & sous la PARTIE MATHÉMATIQUE, par M. D'ALEMBERT,  
de l'Académie Royale des Sciences de Paris, de celle de Prusse, & de la Société Royale  
de Londres.

*Tantum seris justitiae pollet,  
Tantum de studio sumptus accedat honoris! HORAT.*

TOME PREMIER.



A PARIS,

Chez { BRIASSON, rue Saint Jacques, à la Science.  
DAVID l'aîné, rue Saint Jacques, à la Plume d'Or.  
LE BRETON, Imprimeur ordinaire du Roy, rue de la Harpe.  
DURAND, rue Saint Jacques, à Saint Landry, & au Griffon.

M. DCC. LI.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

Ю.И. Ю.И. вич А.П. Развитие понятия предела до К.Вейерштрасса //Историко-математические исследования, в. XXX. – М.: Наука, 1986. С.11-80

*«Говорят, что если одна величина является пределом другой величины, если эта вторая может стать к первой ближе, чем на любую данную величину, как бы ни была мала эта последняя, причем, однако, приближающаяся величина никогда не может превзойти величину, к которой приближается, и причем разность этой величины и ее предела абсолютно не указуема»*





## Жак Антуан Кузен (1739-1800)

*Дифференциальное и интегральное изчисление, Собранное на французском языке г. Кузенем, Парижскаго Института членом, и приумноженное при предложении на российской С.Гурьевым, Академии Наук Академиком, Училища корабельной Архитектуры Профессором и Академии Российской членом*

**«Опыт об  
усовершенствовании  
элементов геометрии»**

## Симон Луилье (1750-1840)

*lim*

*Шатунова С. Е. Теория пределов Симона Люилье // Историко-математические исследования, 1966, т. XVII, стр. 325.*

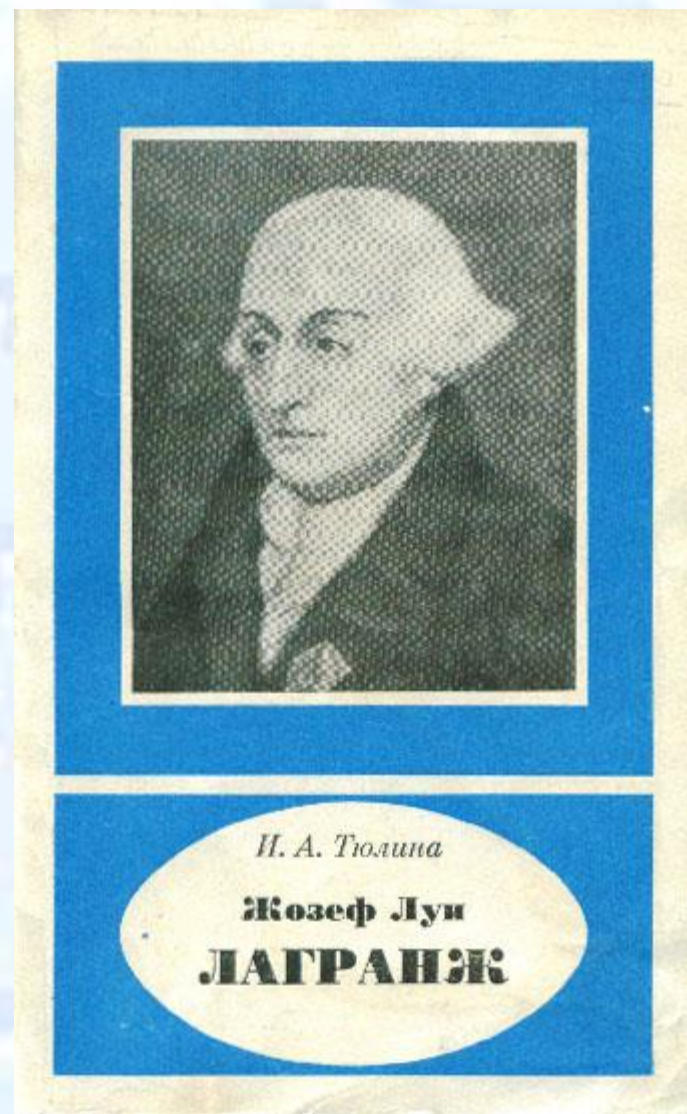
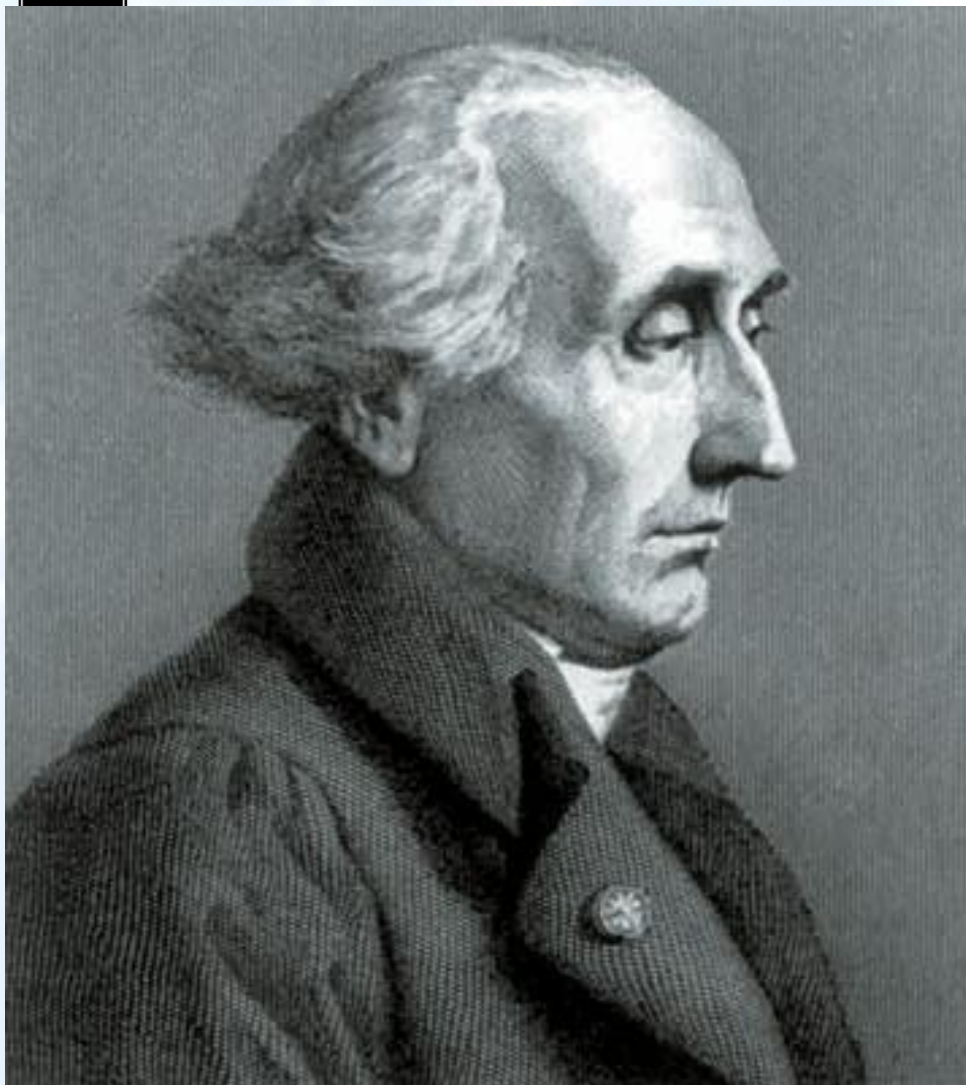
## Семен Емельянович Гурьев (1764—1813)

$$dy/dx = \Pi \Delta y / \Delta x$$





# Жозеф Луи Лагранж (1736-1813)



<http://reslib.com/book/Lagranzh>



Иоганн Генрих Ламберт  
(1728-1777)

«Размышления об  
алгебраическом решении  
уравнений»



*«Лагранж был безупречным человеком и именно поэтому и великим»*

*Математик совершенен лишь постольку, поскольку он является совершенным человеком, поскольку он ощущает в себе прекрасное, присущее истине; только тогда его творчество становится основательным, чистым, ясным, одухотворенным, действительно изящным. Все это требуется, чтобы уподобиться Лагранжу» (И.В.Гете)*





# Теория производных функций Лагранжа



"Теория аналитических функций" (1797)

"Лекции об исчислении функций" (1801)

$$f(x+i) = f(x) + p(x)i + q(x)i^2 + \dots$$

$$f(x+i) = f(x) + f'(x)i + \frac{f''(x)}{2}i^2 + \frac{f'''(x)}{3}i^3 + \dots$$

ESSAIS  
DE GÉOMÉTRIE,  
SUR LES PLANS  
ET  
LES SURFACES COURBES;  
(Ou *Éléments de Géométrie descriptive*):  
PAR SILVESTRE-FRANÇOIS LACROIX.



A PARIS,  
Chez { FUCHS, Libraire, quai des Augustins,  
N°. 28;  
RÉGENT et BERNARD, Libraires,  
même quai, N°. 37.  
—  
L'AN III<sup>e</sup> DE LA RÉPUBLIQUE.  
M. DCC. XCV.

Сильвестр Франсуа  
Лакруа  
(1765 — 1843)

DU CALCUL  
DES  
DÉRIVATIONS;

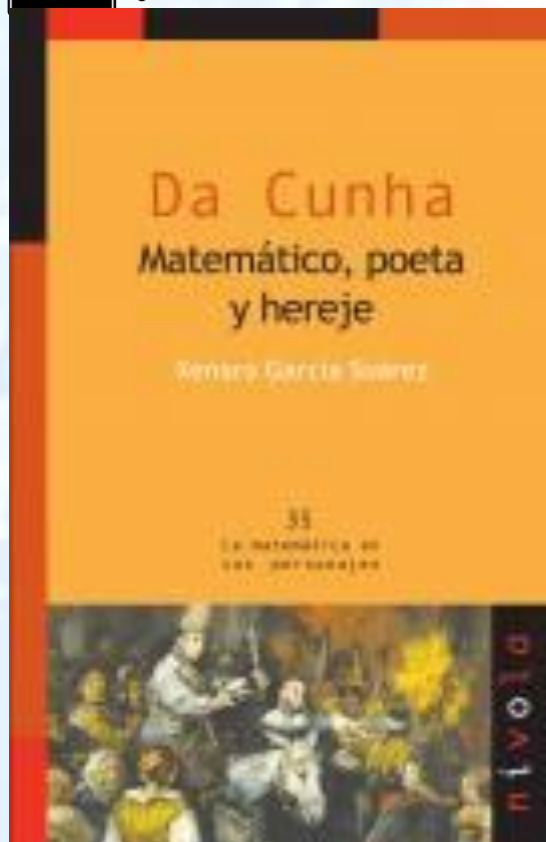
PAR L. F. A. ARBOGAST,  
De l'Institut national de France, Professeur de  
Mathématiques à Strasbourg.

A STRASBOURG,  
DE L'IMPRIMERIE DE LEVRAULT, FRÈRES.  
AN VIII (1800).

Луи Франсуа  
Антуан Арбогаст  
(1759-1803)



# Жозе Анастасио да Кунья (1744-1787)



<http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/pessoal/acunha.html>

Юшкевич А.П. Ж. А. да Кунья и проблемы обоснования математического анализа // ИМИ - 1973. № 18. С. 157–175.



# Лазар Карно 1753-1823



Сентябрь 1792 - член Конвента

Январь 1793 - член Комитета  
общей обороны

Август 1793 – член Комитета

Общественного спасения

Октябрь 1793 - битва при  
Ваттиньи

С 5 по 19 мая 1794 –

Председатель Конвента

Май-август 1797 – Президент  
Директории



«Инженер всегда в опасности, он должен смотреть на смерть хладнокровно. Он не спешит ей навстречу, как пехотный командир – она сама приходит к нему. Он всегда должен быть там, где раздается гром. Но он не управляет им; он наблюдает его для того, чтобы своим искусством сохранять других, не думая о собственной безопасности»



Лазар Карно в битве при Ваттиньи.



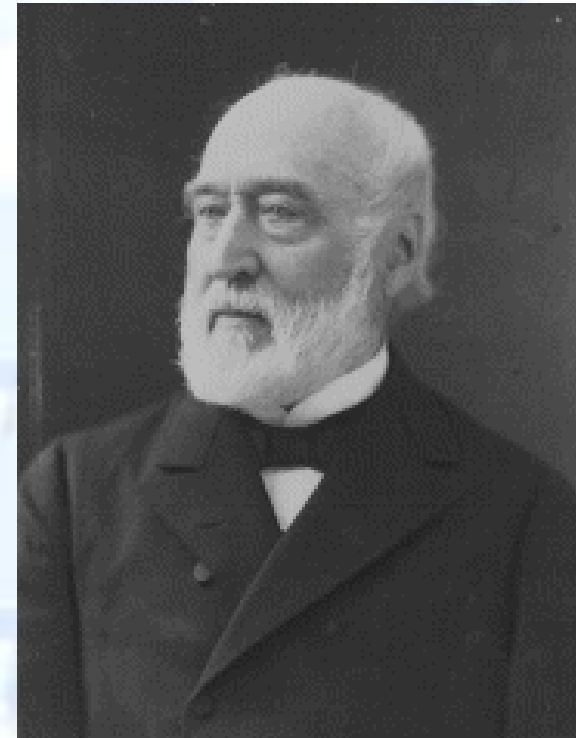
Художник Оскар Гюе Версаль



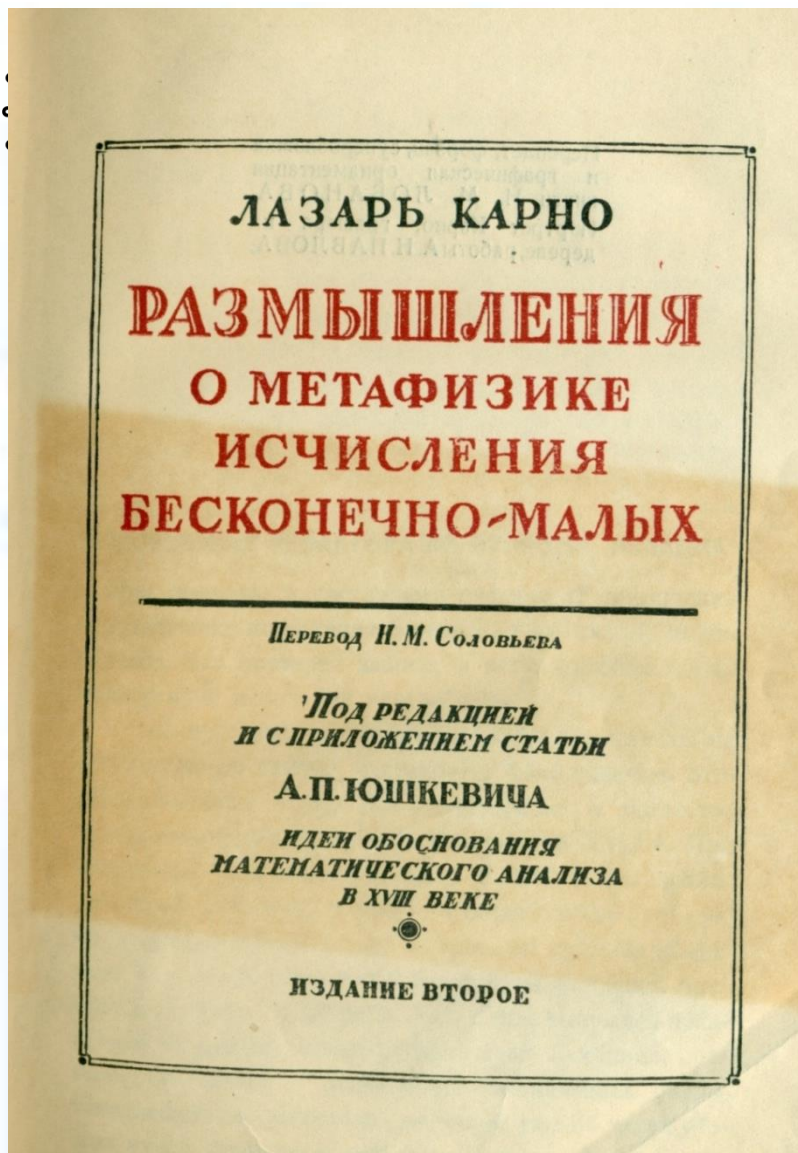
**Николя Леона́рд  
Саді Карно́  
(1796—1832)**



**Мари Франсуа  
Саді Карно  
1837 - 1994**



**Лазарь-  
Ипполит Карно  
(1801-1888)**



- Глава 1 – общие принципы анализа бесконечно малых
- Глава 2 – разбор основных направлений анализа (дифференциальное исчисление, его приложения, интегральное исчисления с приложениями, вариационное исчисление) и с математической, и с философской точек зрения,
- Глава 3 – обзор основных методов (исчерпывания, неделимых, первых и последних отношений, флюксий...)

Юшкевич А.П. Л. Карно и конкурс Берлинской академии наук 1786 г. на тему о математической теории бесконечного //ИМИ, 1973. № 18. С. 132–156.

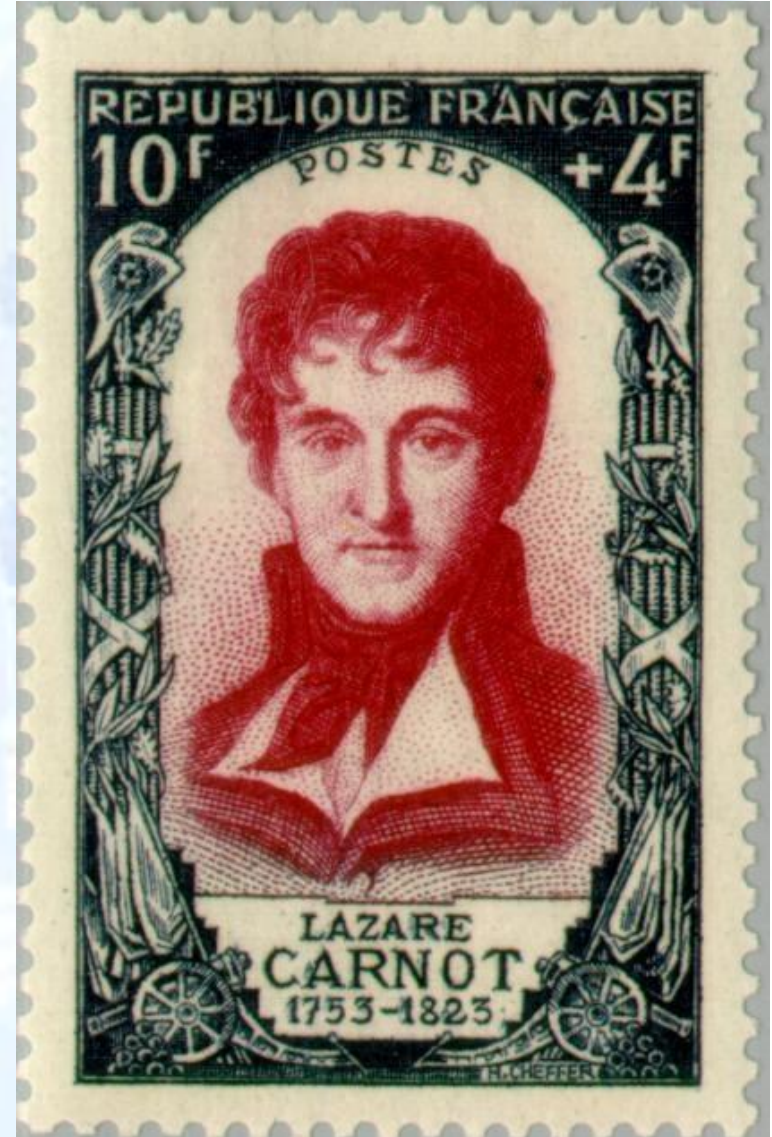


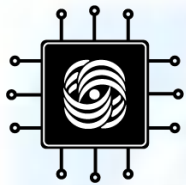
# Теория компенсации ошибок

1) Точное или несовершенное уравнение при замене какой-либо переменной на вспомогательную, переходит в точное или несовершенное.

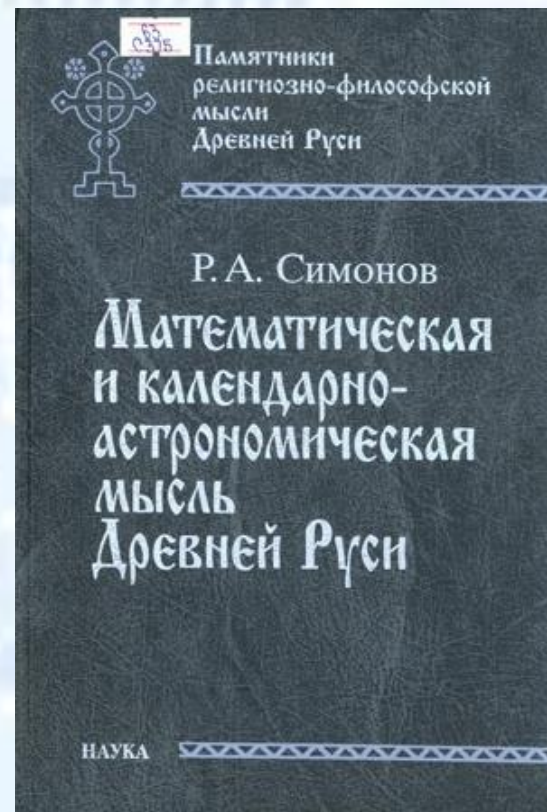
2) Уравнение, содержащее только означенные количества, не может быть несовершенным

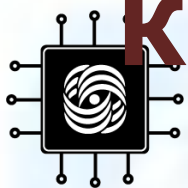
«Если дано уравнение, обе стороны которого разнятся между собой бесконечно мало, то какую-либо входящую в них величину можно заменить другой, бесконечно мало от нее отличной, причем от этого не произойдет никакой ошибки в означенном результате; и дело обстоит также во всех предложениях, которые можно выразить подобного рода уравнениями»





# Становление математики в России





# КИРИК НОВГОРОДСКИЙ (1110 – ок.1156)



Выдающийся книжник, богослов, ученый математик и пытливый исследователь мироздания. Его перу принадлежит «Учение им же ведати человеку числа всех лет» (или «Учение о числах», написанное в 1136 г.) и «Вопрошание Кириково», датируемое серединой XII в.



Писал же в Великом Новгороде я, грешный монах [13] Антонова [монастыря] Кирик дьякон, регент [14] церкви святой богородицы при греческом царе Иоанне и при князе Стославе, сыне Олега [15] в первый год его княжения, в Новгороде, а от роду в тридцатый (да продлит господь ему года).

И еще при архиепископе новгородском боголюбивом Нифонте. А от рождения моего до настоящего времени 26 лет, а месяцев 312, а недель 1 354, а дней 9 500 без 3-х дней [т. е. 9497], а часов 113 960 и столько же почных [16].



# РУССКИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗНАНИЯ

«Метафизика» арабского ученого ал-Газали (XI в.), дано определение тела, поверхности, линии, точки, прямого и тупого угла.

«Космография», в которой представлено описание строения Вселенной, геометрические понятия и их определения окружности, ее центра, диаметра, острых и тупых углов, деления окружности на равные части.

«Шестокрыл» - астрономические таблицы для определения солнечных и лунных затмений с краткими указаниями об их применении.

«Арифметика» из собрания Ф.Г. Браузе (1556г.)

«Книга, именуемая геометрия, или землемерие циркулем» (вторая половина XVI в)

«Писцовый (Иоаннов) наказ с приложением земельных начертаний, который видимо, некто знающий геометрию с вычетами площадей сочинил». (1556 г.)

«Счет греческих купцов, учат младых деток считать, имущих десять грань» (таблица умножения, входившая в состав псалтыри XVI в.)

«Сия книга глаголема, по-гречески арифметика, а по-русски – цифирная счетная мудрость», конец 16-го века

«Синоидальная № 42», первый учебник геометрии, автор – Ивашка, князя Елизарьева сын, 1625



Первая доля книги есть на двѣ части



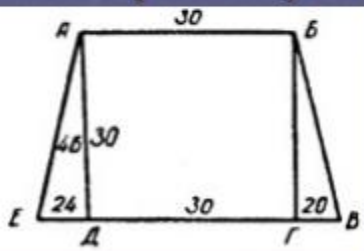
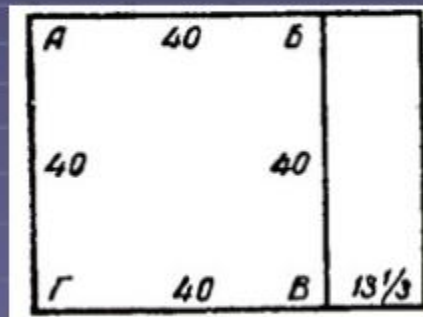
# МАТЕМАТИКА СОШНОГО ПИСЬМА

«О земном верстании, как земля верстать», входящая в книгу «Книгу сошного письма» (1629).

## 1 задача.

### Вычисление площади прямоугольного поля.

«А коли тебе приведется сиево поле мерити. И ты меря первую сие: с аза ж на глаголь и тут 40 сажень, меры ж с ведей на буки и також 40 сажень: и тут стало четверть севу; вымери ж сколько сажень осталось от четверти поперек, и тут стало 13 сажень с трети сажени, а вдоль 40 сажень, и тут станет три четверти, всего поля станет четверть с третью четверти севу».



## 2 задача.

### Вычисление площади поля, имеющего форму трапеции.

Ошибка в окончательном результате: вместо 2700 квадратных сажень должно быть 2025.



# «Торговая книга» (1573 или 1610 гг.)

Из «совета» №171:

«10 пудов стоит 20 ефимков, сколько стоит 1 пуд?» и обратные «1 фунт стоит 5 стювертий, сколько стоит 1 пуд?».

«Совет» № 175:

Предлагает произвести расчеты, необходимые для продажи 100 берковцев готовых канатов, если один пуд их стоит 14 алтын и 2 деньги или 23 алтына и 2 деньги, или 20 алтын при стоимости льна 4 или 2,5 или 5 рублей за берковец, чтобы не иметь убытка и накладных расходов при продаже 10 кож.

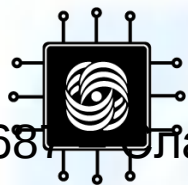
№ 176, 178:

Предлагается по себестоимости кожи – 4 деньги и ее цене на рынке – 1 алтын и 25 деньги определить возможность провоза, чтобы не иметь убытка и накладных расходов при продаже 10 кож.

Из «советов» № 191, 196, 211:

«вычислить доход при продаже 3000 кож, если себестоимость каждой из них составляет 2 алтына, а цена на рынке 3 алтына; кожи двух сортов продавали по 10 и 20 алтын. Сколько стоит 40 или 5 таких кож; по стоимости провоза и цене товара определить прибыль или убыток.»

# XVII - начало XVIII вв



1681 – Славяно-Греко-Латинская  
академия

1701 – Навигацкая школа

1707 – Артиллерийская и Хирургическая  
школы

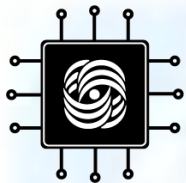
1712 – Инженерная школа

1715 – Морская академия (на базе  
навигацкой школы)

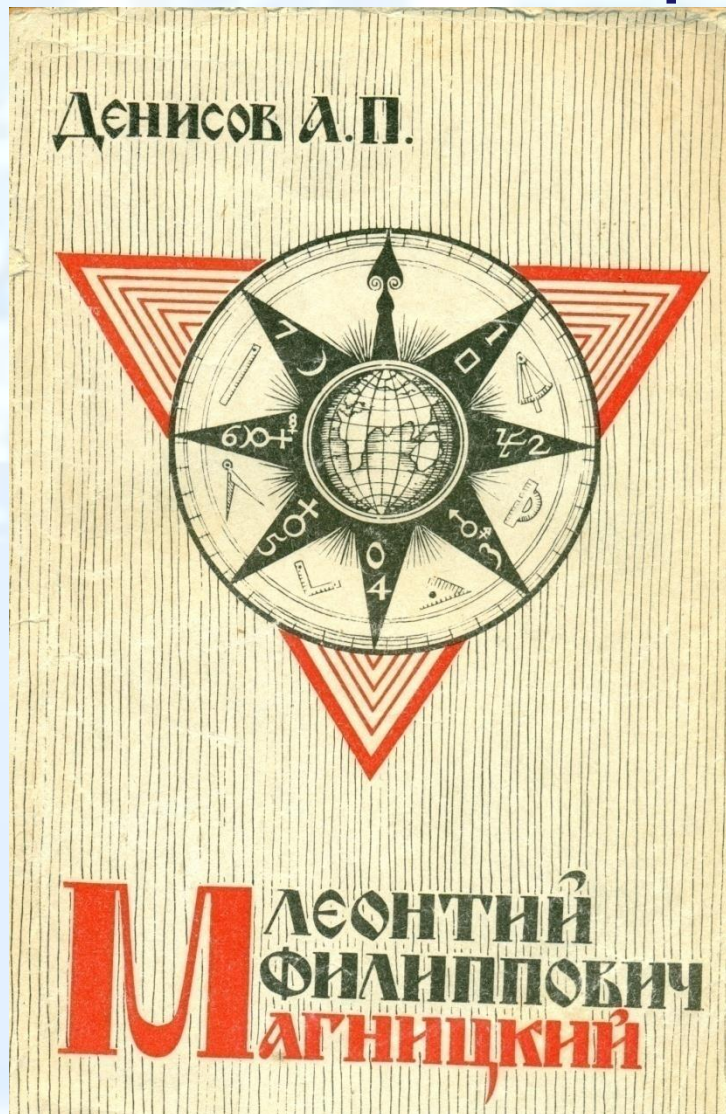


**Андрей Данилович  
Фархварсон**





# Леонтий Филиппович Магницкий (1669 – 1739)



1685-1694 – учеба в Славяно-греко-латинской Академии

1694-1701 – самообразование (языки) и обучение детей в частных домах

С 1701 – работа в Навигацкой школе

1703 – выход в свет «Арифметики»

1703 – публикация таблиц логарифмов и натуральных тригонометрических величин (вместе с Фархварсоном и Гвином)

1707 – руководство фортификационными работами по укреплению Твери

# «Арифметика»



Д. Д. Галанинъ.

Леонтій Филипповичъ  
МАГНИЦКІЙ  
И ЕГО АРИѦМЕТИКА.

Вып. I.

Личность Магницкаго и его время.

МОСКВА.

Типографія О. Л. Соиовой, Б. Никитская, близъ Кудрина, д. 60.  
1914.

120062  
Д. Д. Галанинъ.

Леонтій Филипповичъ  
МАГНИЦКІЙ  
И ЕГО АРИѦМЕТИКА.

Вып. II. Арифметика-политика, или гражданская.

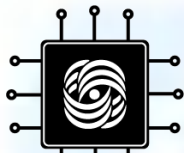
Вып. III. Арифметика-логистика.

Съ приложеніемъ нагляднаго пособія XVIII вѣка  
Арифметика-теорика, или зрительная,  
сост. Василіемъ Кипріановымъ.

БИБЛИОТЕКА  
Математическ. Ин-та  
Акад. Наук СССР

МОСКВА.

Типографія О. Л. Соиовой, Б. Никитская, близъ Кудрина, д. № 60.  
1914.



# «Арифметика»

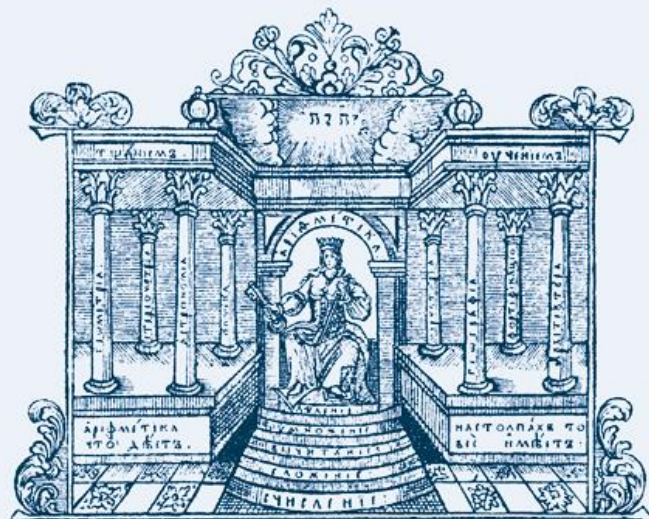


## Оглавление.

|                                                                                                                       | Стр. |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Арифметика Магницкаго . . . . .                                                                                       | 1    |
| Содержаніе и планъ арифметики Магницкаго . . . . .                                                                    | 22   |
| Книга первая арифметики:                                                                                              |      |
| Часть первая.—О числахъ цѣлыхъ . . . . .                                                                              | 43   |
| Повторка дѣйствій . . . . .                                                                                           | 63   |
| Часть вторая арифметики.—О числахъ ломаныхъ или съ долями . . . . .                                                   | 66   |
| Часть третья. О правилахъ подобныхъ сирѣчь въ треть, пяти и въ седми перетныхъ въ цѣлыхъ и частныхъ числахъ . . . . . | 80   |
| Часть четвертая.—О правилахъ фальшивыхъ или гадательныхъ . . . . .                                                    | 103  |
| Часть пятая.—О прогрессии и радикалахъ квадратныхъ и кубическихъ . . . . .                                            | 110  |
| Книга вторая арифметики.                                                                                              |      |
| 1. Числа логистическія . . . . .                                                                                      | 138  |
| 2. Числа алгебраическія . . . . .                                                                                     | 143  |
| 3. Извлеченіе корней. . . . .                                                                                         | 155  |
| Часть вторая.—О геометрическихъ черезъ арифметику дѣйствующихъ. . . . .                                               | 159  |
| Рѣшеніе квадратныхъ уравненій. . . . .                                                                                | 166  |
| Тригонометрическія вычисленія . . . . .                                                                               | 173  |
| Часть третья.—Общее о земномъ разиѣреніи и яже къ мороплаванію принадлежитъ . . . . .                                 | 181  |
| Предѣленіе третіе . . . . .                                                                                           | 194  |
| Заключеніе . . . . .                                                                                                  | 198  |



# «Арифметика»



## АРИФМЕТИКА, ПРАКТИКА

ИЛИ ДѢЛОВАЯ.

ЧТО ЕСТЬ АРИФМЕТИКА :

Арифметика или численница, есть художество  
численное, независимое, и всяким употреблению,  
многопользительное, и многоуважительное, в ар-  
хитектурных же и новейших, во разных временах  
существовавших изобретенных арифметических, изобре-  
тенное, и изложенное

Колонковца есть арифметика практика ;  
есть сего

- 1 Арифметика политическая или гражданская
- 2 Арифметика логическая, не ко гражданству  
относящаяся, но ко движению немых вещей принадлежащая



# Петербургская Академия Наук



**три класса**

- ❖ математический (кафедры математики, астрономии, географии и навигации, механики),
- ❖ физический (кафедры теоретической и экспериментальной физики, анатомии, химии, ботаники),
- ❖ гуманитарный (кафедры права, политики, этики



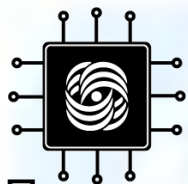
**13.11.1725**  
**Первое**  
**Собрание**  
**Академ.**  
**конферен**  
**ции**



Георг Бильфингер  
(1693-1750)



Якоб Герман  
(1678-1733)



# Петербургская Академия Наук

По уставу 1747 — Императорская Академия наук и художеств

По уставу 1803 — Императорская Академия Наук,

С 1836 — Императорская Санкт-Петербургская Академия Наук

1783 — учреждение Императорской Российской академии

1841 — объединение Академий





Т. С. Полякова

# Леонард Эйлер

и математическое  
образование в России



Прудников В. Е. Русские  
педагоги-математики XVIII-  
XIX веков. Пособие для  
учителей. - М., 1956.

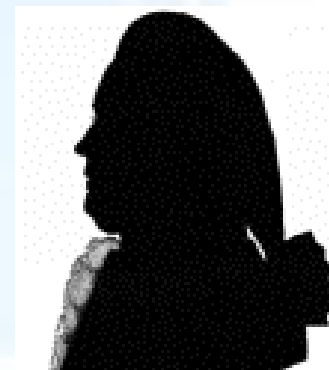
**Фусс (Николай, Николай  
Иванович) - (1755 - 1826)**



Николай Иванович  
**ФУСС**

**Иоганн Альбрехт  
Эйлер (1734–1800)**

**Вольфганг Людвиг  
Крафт (1743–1814)**



**Андреас Иоганн  
Лексель (1740–1784)**



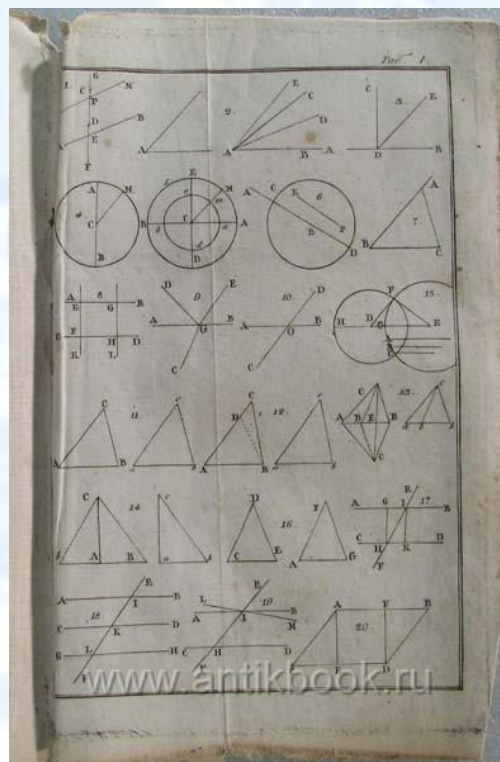
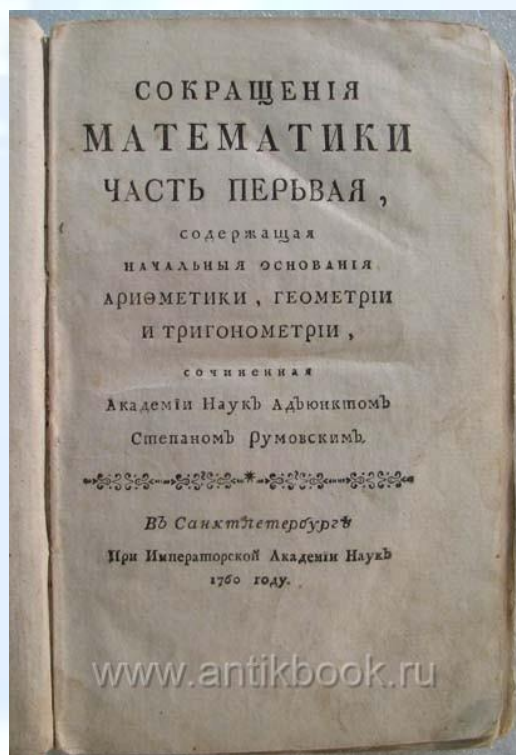
«О квадратуре и спрямлении конхоиды»

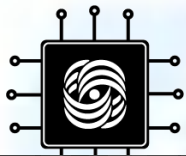
«Решение одного геометрического вопроса»

«Слово о пользе упражнения в чистых математических рассуждениях»»

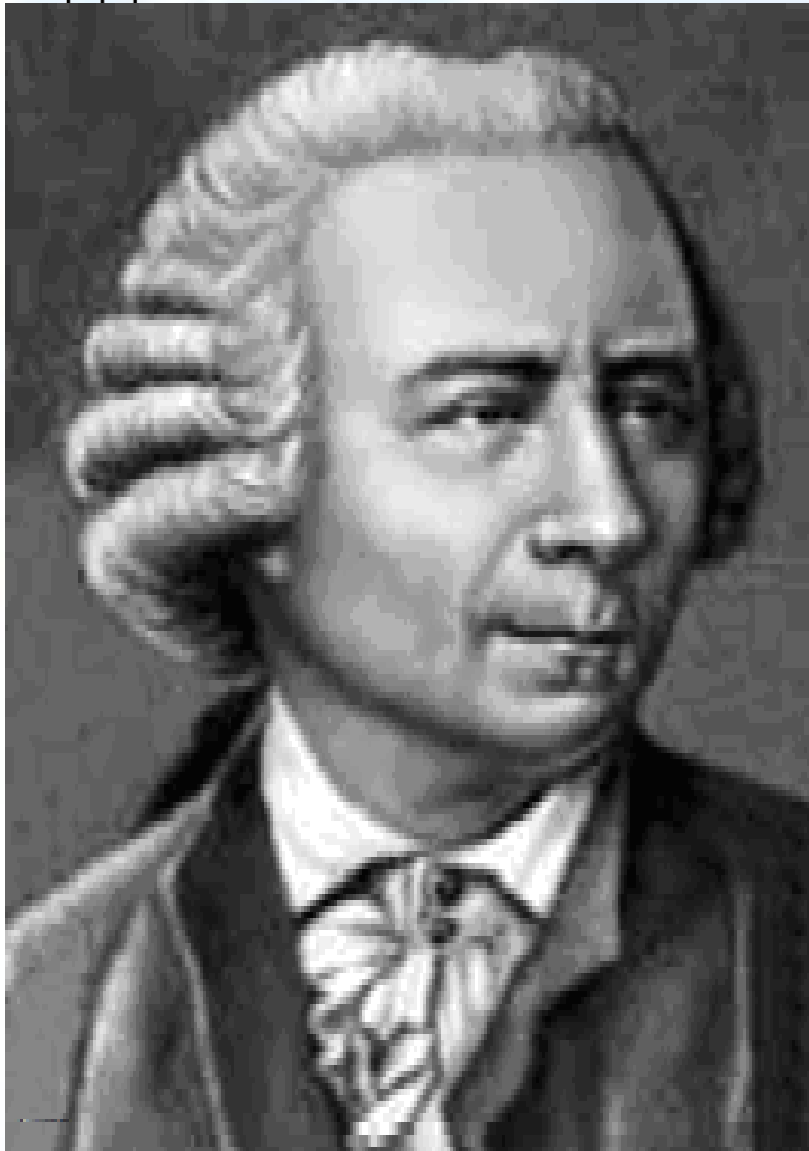
**Семен Кириллович Котельников (1723-1806)**

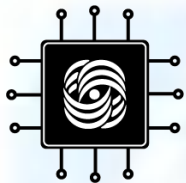
**Степан Яковлевич Румовский (1734 - 1812)**





# Эйлер и Ломоносов





Спасибо за внимание!